VIII PRÊMIO SEAE– 2013

Tema **2- Regulação da Atividade Econômica**

Inscrição: **39**

CLASSIFICAÇÃO: 1º LUGAR

Título da Monografia:
Diferenciação de Preços e Custos de Menu nos Pagamentos com Cartão de Crédito.

Marcos Valli Jorge (representante)
(44 anos)

Brasília - DF

Doutor em Economia - Universidade Católica de Brasília – UCB.

Assessor Pleno - Banco Central do Brasil.

Coautor: **Wilfredo Leiva Maldonado** - Pós-Doutor em Economia na Universidade Pompeu Fabra – Espanha e Professor da Universidade Católica de Brasília.

Diferenciação de Preços e Custos de Menu nos Pagamentos com Cartão de Crédito

Resumo

Construímos um modelo para os pagamentos com cartão de crédito no qual os lojistas podem cobrar preços diferenciados dependendo dos instrumentos de pagamento escolhidos pelos consumidores. Segue-se uma abordagem similar à adotada em Rochet e Wright (2010), exceto por assumirmos um sistema de cartões livre de regras de não-sobrepreço ou de qualquer desincentivo à diferenciação. Calculam-se os preços de equilíbrio competitivo, num arcabouço de competição do tipo Hotelling entre os lojistas, supondo que o crédito fornecido diretamente pelos próprios lojistas é menos eficiente em custos do que o crédito proporcionado pelo cartão de crédito. De acordo com a literatura, obtém-se que a tarifa de intercâmbio se torna neutra ao se eliminar a regra de não-sobrepreço, quando esta tarifa perde sua capacidade de afetar as decisões individuais no sentido de deslocar o bem-estar agregado dos consumidores do seu nível máximo. Prova-se que o preço médio praticado no equilíbrio com diferenciação de preços é menor que o preço único praticado sob a regra de não-sobrepreço, a despeito da margem dos lojistas serem as mesmas em ambos cenários. Em seguida, mostramos como alguns subsídios são eliminados quando a diferenciação de preços é permitida. Adicionalmente, introduz-se um custo de menu de preços por instrumento de pagamento para provar que existe um valor limite para a tarifa de intercâmbio tal que, acima deste valor, o preço único não é mais equilíbrio e passa a existir um equilíbrio de preços diferenciados. Este valor limite pode ser interpretado como com um teto endógeno para a tarifa de intercâmbio fixada pela indústria de cartões. Finalmente, demonstra-se que, mesmo existindo custos de menu, o bem-estar dos consumidores pode ser maior no equilíbrio com preços diferenciados do que no equilíbrio com preço único sob uma regra de não-sobrepreço.

Palavras-chave: cartões de crédito, pagamentos, mercados de dois lados.
Classificação JEL: L11; E42; G18.

1. Introdução

Tem-se observado um intenso debate internacional, envolvendo participantes da indústria de cartões, reguladores do mercado e representantes dos consumidores, sobre a estrutura do mercado de cartões de crédito, o comportamento de seus participantes e as consequências sobre a competitividade e, em especial, sobre os seus efeitos sobre o bem-estar social (Weiner e Wright (2005) e Bradford e Hayashi (2008)). De fato, a maximização do bem-estar deveria ser objetivo principal de qualquer regulador. No entanto, atingir tal objetivo se constituir num desafio complexo, que envolve a avaliação de aspectos distributivos, como a atribuição da importância relativa do bem-estar de cada segmento da sociedade.

Entre os assuntos mais instigantes do debate sobre a regulação do mercado de cartões de crédito é aquele sobre os efeitos da regra de não-sobrepreço, ou de qualquer outro desincentivo à diferenciação, sobre o bem-estar dos consumidores. Existe na literatura estudos enfatizando que o sobrepreço pode ter efeitos positivos sobre comerciantes e consumidores, como nos trabalhos de Chakravorti e Emmons (2003) e Bolt e Chakravorti (2008). Assim como existem estudos mostrando efeitos ambíguos sobre o sistema, como nos trabalhos de Rochet (2003) e Rochet e Tirole (2011). Um aspecto peculiar do sistema de cartões de crédito é que, a despeito do fato dos usuários de cartões poderem escolher seus instrumentos de pagamento, os custos da transação são percebidos apenas pelo comerciante, que, em geral, recupera tais custos por meio da estratégia de preço único. Na prática, a estrutura de tarifas tende a induzir o repasse das taxa de desconto cobrada do comerciante para premiar a emissão (tarifa de intercâmbio) e a utilização dos cartões (recompensas), comportamento característico de uma estrutura de mercado de dois lados. A questão central é se a indústria de cartões de crédito poderia exercer poder de mercado impondo regras aos comerciantes credenciados que proíbam a prática de sobrepreço nas aquisições com cartão de crédito. Em outras palavras, as regras de não-sobrepreço poderiam impedir a sinalização aos usuários dos cartões sobre os custos relativos dos diferentes instrumentos de pagamento, reforçando um padrão em que quanto maior a taxa de desconto cobrada do comerciante, maior a capacidade de recompensar os usuários de cartão, levando a uma alocação menos eficientes dos recursos no sistema de pagamentos ("excesso" de utilização dos cartões de crédito).

Um aspecto importante é que, sob uma regra de não-sobrepreço, os comerciantes recuperam o custo médio dos diferentes instrumentos de pagamento cobrando o mesmo preço de todos os consumidores. Consequentemente, consumidores que não utilizam cartões de crédito pagam mais do que pagariam se houve diferenciação. Em outras palavras, consumidores que pagam com cartão de crédito estariam sendo, implicitamente, subsidiados pelos outros consumidores, como nos trabalhos de Chakravorti e Emmons (2003) e Chakravorti e To (2007). Existem estudos empíricos que medem estes subsídios cruzados em algumas jurisdições, em geral, indicando que estes subsídios não são negligíveis[1].

A regra de não-sobrepreço, por causa da sua natureza anticompetitiva, tem sido proibida em algumas jurisdições. Por exemplo, no Reino Unido desde 1991, na Holanda desde 1994, na Suécia desde 1995 e na Austrália desde 2003[2]. As autoridades entenderam que a liberdade de preços é essencial para uma efetiva competição de preços, em particular, para a competição entre arranjos de pagamentos.

Na Austrália, a proibição das regras de não-sobrepreço é determinada pela regulação nos seguintes termos: "Nem as regras dos arranjos de pagamento, nem qualquer um dos seus participantes, podem proibir o comerciante de cobrar do usuário de cartão uma tarifa ou sobrepreço pela transação com o cartão de crédito" (tradução do autor). Ademais, numa avaliação dos efeitos da limitação na tarifa de intercâmbio imposta naquele país mostrou que os emissores recuperaram parte de suas perdas no curto prazo com a diminuição de suas receitas com as tarifas de intercâmbio, veja Chang, Evans e Garcia-Swartz (2005). Os autores também mostraram que os comerciantes obtiveram benefícios que não foram substancialmente repassados aos consumidores. A despeito disso, os reguladores ainda reconhecem que as reformas regulatórias sobre a prática do sobrepreço na Austrália foram bem sucedidas, no sentido

1 Schuh, S.; Stavins, J. (2010), assim como, Banco Central do Brasil (2011a) e (2011b), trazem exemplos de estudos que estimaram os subsídios cruzados nos Estados Unidos e no Brasil, respectivamente.
2 Veja, respectivamente, United Kingdom Parliament (1990), Vis, E.; Toth, J. (2000), MA Market Development AB (2000) e Reserve Bank of Australia (2012).

de terem proporcionado significativos benefícios à sociedade. No entanto, nos últimos anos surgiu a preocupação com ocorrência frequente de situações em que o sobrepreço praticado acima do custo de aceitação da transação com cartão de crédito pelo comerciante. Como as evidências obtidas mostram que em algumas instâncias a prática do sobrepreço se desenvolveu de uma maneira que poderia potencialmente comprometer a sinalização de preços e reduzir a efetividade das reformas, os reguladores estão revisando os padrões regulatórios no sentido de permitir que os arranjos de pagamentos possam impor um limite ao sobrepreço que seja próximo do custo de aceitação dos pagamentos com cartão de crédito, cujo principal componente é a taxa de desconto do comerciante[3].

Quando se analisa a conveniência de se eliminar a regra de não-sobrepreço para os pagamentos com cartão de crédito, seria correto afirmar (o que provaremos mais adiante neste trabalho) que alguns comerciantes teriam incentivos para praticar um sobrepreço em relação ao preço único para os cartões de crédito, sem promover nenhuma redução nos preços para as outras transações. No entanto, este fato está longe de representar um argumento válido contra a diferenciação de preços, pois pressupõe que o comerciante varejista teria poder de mercado para manter esta prática sem ser contestado. Uma análise correta deveria levar em consideração a existência de um novo equilíbrio de dois preços que surgiria quando se passa a permitir a diferenciação, assim como, comparar bem-estar do consumidor nos dois equilíbrios. Este é, exatamente, um dos principais objetivos deste trabalho.

Por meio de nossa análise teórica de um modelo simples, o fato do comerciante ter a possibilidade de obter um lucro extra quando ele decide se desviar do preço único não garante que tal estratégia seja sustentável. De fato, uma análise coerente e completa precisaria, antes de qualquer coisa, identificar os novos preços de equilíbrio, os quais dependerão do ambiente competitivo em questão e dos seus efeitos sobre as possibilidades de lucro. De posse dos dois equilíbrios, podemos compará-los, medindo os ganhos, ou perdas, de bem-estar para o consumidor.

3 Documentos de consulta do Reserve Bank of Australia (2011a) e (2011b).

Na literatura nós encontramos trabalhos sobre o papel econômico da tarifa de intercâmbio no mercado de cartões de crédito, assim como, sobre a sua determinação e formas de regulação. Num ambiente econômico com competição imperfeita no qual as firmas são maximizadoras de lucro, Schmalensee (2002) conclui que a tarifa de intercâmbio desloca os custos entre emissores e credenciadores, e, consequentemente, afeta distribuição da tarifação sobre comerciantes e consumidores. Isto permite, em última instância, uma valorização das instituições participantes dos arranjos de pagamentos para os seus donos, em decorrência das externalidades de rede. Rochet e Tirole (2002) analisam as implicações sobre o bem-estar da cooperação na determinação da tarifa de intercâmbio pelos bancos participantes do arranjo, num arcabouço em que os bancos e os comerciantes poderiam exercer poder de mercado, assim como, consumidores e comerciantes decidiriam racionalmente quando utilizar e aceitar cartões de crédito. Wright (2003) avalia o bem-estar social de se permitir fixar privadamente as tarifas de intercâmbio e, ao mesmo tempo, impor aos comerciantes a regra de não-sobrepreço, assumindo diferentes ambientes competitivos, quais sejam: competição monopolística e competição perfeita. Adicionalmente, Wright avalia os aspectos positivos da regra de não-sobrepreço na prevenção da prática de sobreapreçamento excessivo por parte dos comerciantes. Rochet and Tirole (2006) analisam o efeitos sobre o bem-estar das externalidades inerentes ao sistema de cartões de pagamento e discute em que situação o bem-estar do consumidor, ou o bem-estar social, seria o referencial adequado para o estudo sobre a regulação da indústria de cartões de crédito. Eles apresentam uma análise teórica que fundamenta as recentes ações *antitrust* promovidas pelos reguladores e comerciantes contra as associações de cartões de crédito na Austrália, no Reino Unido e nos Estados Unidos. Wrang (2010) afirma que as redes de cartões demandam tarifas de intercâmbio altas para maximizar o lucro dos emissores, à medida que os cartões se tornam mais eficientes e convenientes. Ele discute, também, os aspectos positivos e negativos das políticas de intervenção.

Nosso trabalho toma como ponto de partida o trabalho de Rochet e Wright (2010). Eles modelam os cartões de crédito explicitamente, enfatizando o papel da funcionalidade de crédito dos cartões de crédito, o qual é modelado de maneira diferenciada de outros cartões de pagamento (ex.: cartões de débito). Eles assumem a impossibilidade (ou falta de incentivos) dos comerciantes diferenciarem preços em função do instrumento de pagamento escolhido pelos consumidores. Sob estas hipóteses, eles mostram como uma rede de cartões monopolista poderia selecionar uma tarifa de intercâmbio alta o suficiente para promover a utilização dos cartões de crédito num nível que excede aquele que maximiza o bem-estar do consumidor. Eles mostram, também, como um teto regulatório para a tarifa de intercâmbio pode ser utilizado para elevar o bem-estar do consumidor.

O objetivo deste trabalho é estender o modelo de Rochet e Wright (2010), proporcionando um subsídio importante para o debate sobre a regulação, ajudando a esclarecer, por meio de um simples modelo teórico, as implicações da diferenciação de preços e dos custos de menu incorridos pelos comerciantes nos pagamentos com cartão de crédito. Por meio desta extensão, pode-se ilustrar como a ausência de uma regra de não-sobrepreço poderia gerar preços de equilíbrio capazes de aumentar o bem-estar do consumidor e reduzir o poder de mercado dos sistemas de cartões pela elevação das tarifas de intercâmbio[4]. Ademais, mostramos que este resultado continua valido mesmo sob a hipótese de que os comerciantes incorram em custos de menu associados à prática da diferenciação. Neste caso, provamos que os comerciantes varejistas irão diferenciar, desde que o custos de menu não sejam muito grandes.

Este trabalho é dividido em quatro seções. Na Seção 3.2, descrevemos o modelo. Na Seção 3.3, apresentamos os principais resultados do trabalho, primeiramente, assumindo a ausência de fricções proporcionadas pelos custos de menu da diferenciação de preços, assim como, incluindo os custos de menu para analisar os efeitos desta imperfeição de mercado. Na Seção 3.5, resumimos as principais conclusões desta seção. O Apêndice contêm as demonstrações detalhadas dos resultados enunciados ao longo do texto.

4 Veja Gans e King (2003), a respeito da neutralidade da tarifa de intercâmbio quando a diferenciação é permitida.

2. O modelo com diferenciação de preços

Introduzimos duas mudanças significativas no modelo proposto em Rochet e Wright (2010). Na primeira versão do nosso modelo, permite-se apenas que os comerciantes possam diferenciar o preço da compra paga com cartão de crédito do preço da compra com qualquer outro instrumento de pagamento (dinheiro, cartão de débito, crédito da loja, e outros). Na segunda especificação, introduz-se à primeira versão custos de menu incorridos pelo comerciante, que representam qualquer custo pecuniário, ou não, que decorram da adoção pelo comerciante da prática de diferenciação de preços.

Da mesma forma que em Rochet e Wright (2010), assume-se aqui que existe um contínuo de consumidores, todos distribuídos uniformemente num intervalo de tamanho unitário. Todos os consumidores possuem preferências quase-lineares idênticas, gastando sua renda em mercadorias que custam um valor γ para o comerciante[5]. Existem duas tecnologias de pagamento. A primeira delas corresponde ao grupo dos pagamentos que chamaremos de “dinheiro”, o qual, para nossos propósitos, abarcaria todos os pagamentos à vista, como moeda manual, cartões de débito, cheques e outros, desde que não envolvendo nenhuma funcionalidade de crédito. A segunda tecnologia corresponde, exclusivamente, à do pagamento com “cartão de crédito”. Uma alternativa a estas duas tecnologias, o comerciante poderia proporcionar crédito diretamente ao consumidor, que denominaremos “crédito da loja” (ex.: crediário e venda fiado).

Os cartões de crédito são detidos por uma fração constante x dos consumidores.

Assume-se que os pagamentos com cartão sejam mais custosos que aqueles em dinheiro. Sem perda de generalidade, consideraremos apenas os custos dos pagamentos relativamente (normalizados) ao custo do pagamento em dinheiro, o qual pressupomos de custo 0 (zero). Os cartões de crédito permitem os consumidores obterem crédito para adquirirem produtos, quando um custo f (ou benefício, caso seja negativo) incide sobre

[5] Como é comum em modelos de equilíbrio parcial, a quase-linearidade nos permite medir a utilidade em termos monetários.

o consumidor (comprador)[6], que é recebido (ou pago) pelo emissor do cartão, e um custo m (taxa de desconto) inside sobre o comerciante (vendedor ou lojista)[7].

Por sua vez, o crédito da loja é uma alternativa à funcionalidade de crédito dos cartões de crédito. Quando o consumidor faz a opção pelo crédito da loja, um custo aleatório c_B (ou benefício, caso seja negativo) incide sobre este consumidor, assim como, um custo c_S incide sobre o lojista.

Cada consumidor adquire uma unidade do bem, o que denominamos "compra ordinária" (ou planejada), que proporciona uma utilidade $u_0 > \gamma$. Ademais, com uma probabilidade θ, o mesmo consumidor também obtém uma utilidade $u_1 > \gamma$ se adquirir uma unidade adicional da mesma mercadoria, o que denominamos "compra a crédito" (ou não planejada). Assume-se que os comerciantes não "casam" (ou empacotam) os dois tipos de compra, no entanto, também não distinguem as "compras ordinárias" das "compras a crédito".

Quando fazem suas compras ordinárias, os consumidores podem optar por dinheiro, crédito da loja ou, para uma fração x deles, podem utilizar o cartão de crédito. Por outro lado, quando fazem compras a crédito o dinheiro não é uma opção. Em outras palavras, assume-se que cada consumidor sempre tem dinheiro suficiente para fazer o pagamento das suas compras ordinárias, que seriam as compras que foram planejadas. No entanto, quando decide, já dentro da loja, fazer compras não planejadas dependerá das alternativas de crédito disponíveis.

O valor do custo por transação c_B do crédito da loja é identificado pelo consumidor apenas quando ele está na loja[8], o qual é modelado como uma variável

[6] Podem existir outros custos/benefícios líquidos associados aos pagamentos com cartão de crédito relativamente ao dinheiro, que não sejam derivados do relacionamento com o emissor (por exemplo, aqueles decorrentes de qualidades do instrumento, como: privacidade, agilidade, segurança e planejamento financeiro). Caso a soma destes custo/benefícios sejam menores que γ, então os resultados qualitativos apresentados neste trabalho permanencem inalterados.

[7] Se os lojistas receberem seus pagamentos com defasagem, eles incorrerão no custo do dinheiro no tempo (custo da antecipação dos recebíveis). Se este custo for menor que a taxa de desconto m os resultados qualitativos obtidos aqui não são alterados.

aleatória com distribuição de probabilidades contínua dada pela função *H*. Assume-se que a distribuição tem suporte num intervalo $\left(\underline{c_B}, \overline{c_B}\right)$, onde $\underline{c_B}$ é suficientemente negativo, de tal forma que os portadores de cartão ocasionalmente escolhem o crédito da loja mesmo tendo como alternativa o pagamento em dinheiro (de custo zero), e onde $\overline{c_B}$ é positivo, mas não muito (em comparação com $u_1 - \gamma$), de tal forma que os consumidores prefiram fazer a compra a crédito, mesmo que eles tenham que pagar com crédito da loja, ao invés de não comprar. O valor realizado c_B representa o custo líquido de utilizar um crédito da loja ao invés do cartão de crédito ou do dinheiro. Um valor realizado negativo de c_B poderia representar a situação em que o portador de cartão precise preservar o seu dinheiro ou limite do cartão de crédito para algum outro compromisso e, por conta disso, extrai um benefício (não pecuniário) da utilização do crédito da loja. A hipótese de que estas situações em que os consumidores enxergam mais benefício na utilização do crédito da loja do que do cartão de crédito é um aspecto importante na nossa modelagem. Como veremos mais adiante, esta propriedade garante existência de um equilíbrio com preços diferenciados na presença de custo de menu associado à diferenciação de preços por parte do lojista.

Se a taxa de desconto m associada a uma compra com cartão de crédito é menor que o custo de um crédito da loja c_S ($m < c_S$), aceitar o cartão de crédito é uma maneira do comerciante reduzir seus custos de transação com compras a crédito. No entanto, se $m > c_S$, aceitar cartões de crédito, ao invés do crédito da loja, aumentará o custo da compra a crédito para o lojista.

Em geral, os consumidores preferirão o cartão de crédito ao crédito da loja quando $c_B > f$, tanto para compras ordinárias, quanto para compras a crédito. Em particular, quando os emissores oferecem recompensas aos consumidores ($f < 0$, por exemplo, pontos transferíveis para companhias aéreas ou bônus em forma de desconto na fatura do cartão) nas compras com cartão de crédito, estes preferirão utilizar seus cartões, no lugar do dinheiro, nas compras ordinárias. Foi demonstrado em Rochet e

---

[8] Por outro lado, os custos/benefícios de um pagamento com cartão de crédito são assumidos como conhecidos pelo consumidor antes dele chegar à loja. De fato, as condições contratuais do cartão de crédito (ex.: juros, anualidades e recompensas) são divulgadas antecipadamente aos portadores dos cartões.

Wright (2010) que, do ponto de vista agregado, incentivos excessivos ao uso do cartão de crédito podem ser desinteressantes socialmente.

O credenciador do comerciante incorre num custo c_A, assim como, paga uma tarifa de intercâmbio a (paga ao emissor), em cada uma das transações com cartão de crédito. Assume-se, sem perda de generalidade, que apenas os credenciadores são perfeitamente competitivos, o que implica em que a taxa de desconto m é igual à soma do custo de credenciamento c_A e da tarifa de intercâmbio a,

$$m = c_A + a \tag{1}$$

O emissor do cartão incorre em um custo c_I e recebe a tarifa de intercâmbio a do credenciador[9]. Assume-se que os emissores competem de maneira imperfeita, o que implica que a tarifa f paga pelos detentores de cartões de crédito é igual ao custo de emissão não coberto pela tarifa de intercâmbio ($c_I - a$), mais uma margem de lucro constante π,

$$f = c_I - a + \pi. \tag{2}$$

Note que, o custo total de uma transação com cartão de crédito é dado por

$$c := c_A + c_I \tag{3}$$

Denote por δ o custo excedente do crédito da loja com respeito ao custo total de oferecer a transação de cartão de crédito, incluindo aí o lucro do emissor, que é definido por

$$\delta := c_S - c - \pi \tag{4}$$

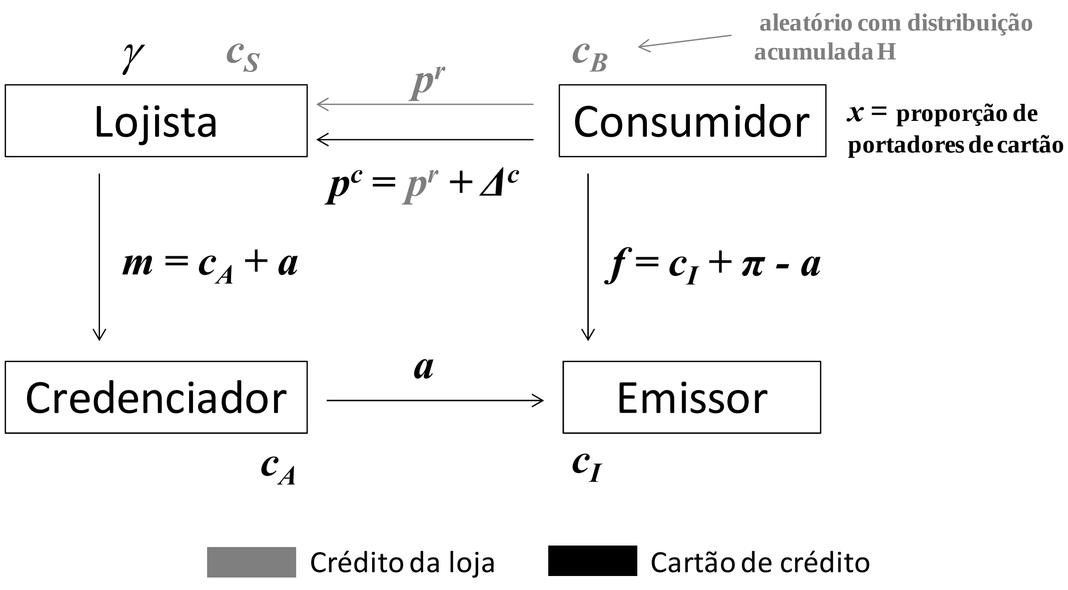
[9] Além da tarifa de intercâmbio e da anuidade, as receitas com juros podem constituir um importante componente da receita total do emissor. Este é o caso de algumas jurisdições, como no Brasil. Note que, a anuidade e as receitas com juros podem ser incluídas no que denotamos por tarifa líquida do usuário de cartão de crédito *f*.

A nossa análise se restringe à situação em que, do ponto de vista de quem concede o crédito (lojistas e indústria de cartões), uma transação com cartão de crédito é mais eficiente em custos que o crédito da loja, ou, equivalentemente, $\delta > 0$.

A competição entre lojistas ocorre como no modelo Hotelling padrão: consumidores são distribuídos uniformemente num intervalo de tamanho unitário, com cada um dos lojistas $(i = 1,2)$ posicionados em uma das extremidades do intervalo. Existe um custo de deslocamento t para cada consumidor e por unidade de distância. Diferentemente de Rochet e Wright (2010) estamos interessados aqui na situação em que os comerciantes têm a opção de cobrar preços diferenciados de acordo com o instrumento de pagamento. Para simplificar, restringimo-nos à situação particular em que os comerciantes podem cobrar um preço p^c pela transação com cartão de crédito, este que pode ser diferente do preço p^r cobrado por uma compra em dinheiro ou crédito da loja. Denotaremos por Δ^c a diferença entre os dois preços, ou seja:

$$\Delta^c := p^c - p^r \tag{5}$$

Figura 1 – Preços, custos e tarifas dos instrumentos de pagamento



A Figura 1 ilustra as interconexões entre os participantes do mercado de cartão de crédito, assim como os respectivos preços, custos e tarifas cobradas por cada um deles.

A cronologia das decisões é a mesma do modelo de Rochet e Wright (2010), a qual é dividida em 9 (nove) etapas, agrupadas em 2 (dois) períodos: 5 (cinco) passos antes da chegada do consumidor à loja e 4 (quarto) etapas quando o consumidor já se encontra dentro da loja.

Antes do consumidor chegar na loja:

1. O arranjo de cartões fixa a tarifa de intercâmbio a;
2. Os emissores e credenciadores fixam tarifas: f para os usuários de cartão e m para os lojistas, respectivamente;
3. Os lojistas escolhem, de forma independente, suas políticas de aceitação às regras do arranjo de cartões: $L_i^r = 1$ se o lojista adere e 0 caso contrário;
4. Os lojistas fixam, de forma independente, os preços diferenciados: p_i^r e $p_i^c = p_i^r + \Delta_i^c$;
5. Os consumidores selecionam um dos lojistas, depois de observar seus preços, suas políticas de aceitação, a tarifa de emissão, a distribuição do custo do crédito da loja e o custo de deslocamento.

Assim que o consumidor entra na loja:

1. O consumidor compra a primeira unidade do bem (compra ordinária), e paga usando dinheiro ou cartão de crédito (se ele for portador de um);
2. A natureza decide quando o consumidor tem a oportunidade de uma compra a credito adicional (não planejada), que ocorrerá com probabilidade θ;
3. O custo c_B de utilização do crédito da loja para o comprador é realizado de acordo com a distribuição acumulada de probabilidades H, com suporto no intervalo $\left(\underline{c_B}, \overline{c_B}\right)$;

4. Os portadores de cartão selecionam seu instrumento de pagamento. Fixamos $L_i^c = 1$ se o consumidor preferir o cartão de crédito ao dinheiro quando estiver comprando no lojista i, ou 0 caso contrário. Em outras palavras:

$$L_i^c := \begin{cases} 1 & \text{se } f + \Delta_i^c \leq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{6}$$

3. Análises e resultados

Assumindo que o comerciante cobra o preço p_i^r quando o pagamento é feito em dinheiro ou utilizando o crédito da loja, e cobra um diferencial de preço Δ_i^c sobre as transações com cartão de crédito, obtemos (veja o Apêndice) que a margem esperada do lojista i é dada por

$$M_i = (1+\theta).(p_i^r - \gamma) - (H(0)+\theta).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) \tag{7}$$

onde

$$\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) := [1-H(0)].L_i^c.c_S + [1-H(f+\Delta_i^c)].(L_i^c+\theta).(m-c_S-\Delta_i^c) \tag{8}$$

Os primeiros dois termos à direita da equação (7) correspondem à receita esperada do lojista i, quando não existem portadores de cartão ($x=0$) ou caso o lojista decida não aderir à rede de cartões de crédito ($L_i^r = 0$). Estes termos são, respectivamente, o custo líquido dos produtos e o custo líquido dos instrumentos de pagamento. O terceiro termo corresponde à redução da margem esperada associada à utilização dos cartões de crédito pelos portadores de cartão.

Obtemos (veja o Apêndice) que a utilidade do consumidor que escolhe adquirir o produto do lojista i é dada por

$$U_i = u_0 + \theta.u_1 - (1+\theta).p_i^r - \int_{\underline{c_B}}^{0} c_B.dH(c_B) - \theta.E(c_B) + x.L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c) \tag{9}$$

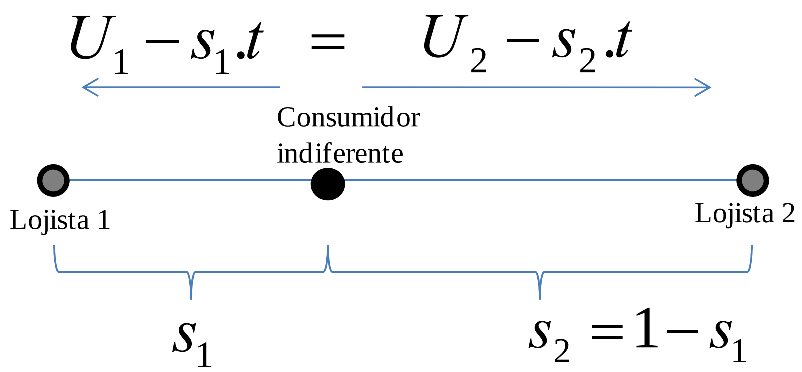
onde

$$\overline{S}(a,\Delta_i^c) := (L_i^c + \theta).\left(\int_{f+\Delta_i^c}^{\overline{c_B}} (c_B - f - \Delta_i^c).dH(c_B)\right) - L_i^c.\int_0^{\overline{c_B}} c_B.dH(c_B) \qquad (10)$$

Os primeiros cinco termos do lado direito da equação (9) correspondem à utilidade esperada do consumidor, levando em consideração o custo do produto e o custo do crédito da loja, no caso de não existirem portadores de cartão de crédito ou os lojistas decidirem não aceitar cartões. O último termo corresponde ao bem-estar adicional associado, exclusivamente, à utilização dos cartões de crédito.

A fatia de mercado de ambos lojistas é determinada pelo cálculo da posição do consumidor indiferente na região entre os lojistas (intervalo de tamanho unitário) onde todos os consumidores estão uniformemente distribuídos. Visto que cada consumidor incorre um custo t para cada unidade de deslocamento, a utilidade calculada até aqui menos estes custo de deslocamento de um consumidor que decide adquirir o bem no lojista i é igual a $U_i - s_i.t$. Portanto, a distância s_i entre o consumidor indiferente e o lojista i é igual à proporção de consumidores que escolhem o lojista i. A Figura 2 mostra a utilidade total do consumidor e as fatias de mercado de ambos lojistas.

Figura 2 – Consumidor indiferente no modelo Hotelling



Então, a fatia de mercado s_i do lojista i depende da tarifa de intercâmbio, dos preços e diferenciais de preços, a qual é determinada pela seguinte expressão

$$s_i = \frac{1}{2} + (1+\theta).\left(\frac{p_j^r - p_i^r}{2.t}\right) + x.\left(\frac{L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c) - L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)}{2.t}\right) \qquad (11)$$

Note que, para uma tarifa de intercâmbio a, o preço de equilíbrio (de Nash) no caso da diferenciação ser permitida, definido pela equação (5) em Rochet e Wright (2010), satisfaz a seguinte equação

$$(1+\theta).\overline{p} = t + (1+\theta).\gamma + (H(0)+\theta).c_S + \frac{x}{3}.(L_j^r - L_i^r).\overline{\phi}(a,0) + x.L_j^r.\overline{\Gamma}(a,0) \qquad (12)$$

onde

$$\overline{\phi}(a,\Delta_i^c) := \overline{S}(a,\Delta_i^c) - \overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) \qquad (13)$$

é a diferença entre o bem-estar adicional do consumidor e o custo adicional do lojista como consequência de uma transação com cartão de crédito.

Para cada $\delta > 0$, como definido em (4), considere o parâmetro definido por

$$\overline{\phi}_\delta := (1+\theta).\left(\int_{-\delta}^{\overline{c_B}} (c_B + \delta).dH(c_B)\right) - \int_0^{\overline{c_B}} (c_B + c_S).dH(c_B) \qquad (14)$$

tal que $\overline{\phi}_\delta = \overline{\phi}(a, a + c_A - c_S)$.

Note que, se $\overline{\phi}_\delta > 0$, e o diferencial de preços é igual a $m - c_S$ $(= a + c_A - c_S)$, o benefício para os consumidores das transações com cartão de crédito é maior que o custo das mesmas transações. Isto é, vale a desigualdade

$$(1+\theta).\left(\int_{f+\Delta^c}^{0} (c_B + c_S).dH(c_B)\right) + \theta.\left(\int_{f+\Delta^c}^{\overline{c_B}} (c_B + c_S).dH(c_B)\right) > (1+\theta).\int_{f+\Delta^c}^{\overline{c_B}} (c + \pi).dH(c_B)$$

onde no lado esquerdo da desigualdade temos as economias de custos de se abandonar trocar o crédito da loja em transações ordinárias e extraordinárias, e do lado direito, temos os custos de se utilizar o cartão de crédito no lugar do crédito da loja e do dinheiro.

Em particular, se $\delta > 0$ é suficientemente pequeno, isto é, se os benefícios diretos percebidos pelo usuário de cartão forem muito pequenos, assumir que $\overline{\phi}_{\delta} > 0$, equivale, aproximadamente, a impor a seguinte condição

$$\theta.\left(\int_0^{\overline{c_B}} (c_B + c_S).dH(c_B)\right) > (1+\theta).\int_0^{\overline{c_B}} (c+\pi).dH(c_B) \tag{15}$$

onde o lado esquerdo corresponde à economia de custos da não utilização do crédito da loja para compras extraordinárias, enquanto o lado direito da equação corresponde ao custo de utilização dos cartões de crédito em ambos os tipos de compra, ordinárias e extraordinárias.

Os resultados do trabalho são obtidos sob quatro hipóteses básicas definidas abaixo. A primeira delas relaxa a regra de não-sobrepreço permitindo que os lojistas pratiquem preços diferentes para as transações de crédito em relação aos outros instrumentos, representando a principal hipótese.

Hipótese 1: A diferenciação de preços das transações com cartão de crédito é permitida.

A segunda hipótese está relacionada à eficiência em custos da indústria de cartões quando comparada a do lojista quando este oferece o crédito da loja.

Hipótese 2: O parâmetro δ, definido por (4), é estritamente positivo.

A Hipótese 2, acima, significa que, do ponto de vista dos emprestadores, a soma do custo total da indústria, incluindo o seu lucro, dado por $c_A + c_I + \pi$ é menor que o custo c_S do lojista em prover o crédito. Neste sentido específico, assume-se a indústria de cartões é mais eficiente em custo do que o lojista na atividade de oferecer crédito ao consumo.

Como foi demonstrado em Rochet e Wright (2010), sob a regra de não-sobrepreço, se o benefício dos consumidores ao optar por uma transação com cartão de crédito é igual à economia de custos de gerar um crédito por meio do cartão de crédito ao invés do crédito da loja ($f = \delta$), os consumidores obtêm o nível de bem-estar máximo possível. Eles provaram que qualquer outro nível custos/benefícios f (que depende da tarifa de intercâmbio, visto que $f = c_I + \pi - a$) gerará perda de bem-estar para os consumidores. Em outras palavras, a despeito dos consumires tomarem decisões individuais buscando maximizar seu bem estar individual, do ponto de vista agregado, estas decisões acabam gerando um nível coletivamente ineficiente de utilização dos cartões de crédito, comparado com nível de bem-estar máximo obtido quando $f = \delta$.

A terceira hipótese tem uma interpretação mais sofisticada. Ela impõe, essencialmente, restrições sobre o custo médio dos lojistas, assim como, sobre o benefício médio para o consumidor decorrente de uma transação com cartão de credito.

Hipótese 3: O parâmetro $\bar{\phi}_\delta$, definido em (14), é estritamente positivo.

Como já foi comentado, a Hipótese 3 é equivalente a impor que, quando o diferencial de preços cobrado pelo lojista é igual a $m - c_S$, os benefícios médios dos consumidores de uma transação com cartão de crédito é maior que o custo médio das mesmas transações. Note que, se os lojistas recuperarem estes custos por meio do preço médio pago pelos consumidores, a Hipótese 3 implica em que os consumidores obtêm um benefício médio positivo decorrente da utilização de cartões de crédito.

Hipótese 4: O custo de deslocamento t é maior que $\dfrac{x.(1+\theta)}{2}\int_{\underline{c_b}}^{-\delta}(-\delta - c_B).dH(c_B)$.

A Hipótese 4, acima, garante que o custo t do consumidor se deslocar uma unidade de distância é maior que

$$\varepsilon(a) := \frac{x.(1+\theta)}{2} \int_{-\delta+c_S-c_A-a}^{-\delta} (-\delta - c_B).dH(c_B) \tag{16}$$

para todos os valores de a maiores que $c_S - c_A$. Note que $2.\varepsilon(a)$ corresponde ao aumento no bem-estar agregado de todos os consumidores e lojistas, obtido no equilíbrio de preços diferenciados, comparativamente ao alcançado no equilíbrio de preço único. Isto é, a condição estabelece que o custo de deslocamento seja maior que o benefício obtido com a diferenciação de preços.

Provaremos mais adiante (Proposição 2) que quanto maior o custo de deslocamento maior o prejuízo do lojista quando este tentar se desviar unilateralmente do equilíbrio com preços diferenciados. Provamos, também, que a fatia do mercado e a margem são ambas iguais a 0 (zero) quando $t \leq \varepsilon(a)$. Ocorre que, mesmo o consumidor mais próximo preferirá incorrer em custos de deslocamento, visto que, estes custos são compensados pelos benefícios de se pagar os preços diferenciados oferecidos pelo lojista.

3.1. Preços de equilíbrio com diferenciação

Nesta subseção, enunciamos algumas resultados que nos permitirão analisar os impactos da eliminação das regras de não-sobrepreço nos arranjos de cartão de crédito. Todos os resultados abaixo são obtidos sob as Hipóteses 1, 2, 3 e 4.

Proposição 1: Se ambos lojistas praticam o preço único $\bar{p}$, como definido pela equação (12), a taxa de desconto ao lojista é maior que o custo do crédito da loja $(m > c_S)$ e a densidade de consumidores que são indiferentes ao custo do crédito da loja e do cartão de crédito $(c_B = f)$ é positiva $(h(f) > 0)$, os lojistas têm incentivos para impor sobrepreço acima do preço único.

Demonstração: Veja o Apêndice.

A primeira condição adicional da Proposição 1, de que $m > c_S$, é satisfeita se a tarifa de intercâmbio é suficientemente alta ($a > c_S - c_A$), visto que (1) nos fornece a taxa de desconto do lojista de equilíbrio. Uma consequência imediata da Proposição 1 acima é que o preço único $\bar{p}$ não é o equilíbrio de preços quando é permitido diferenciar.

A demonstração da Proposição 1 utiliza o fato de que a função lucro é estritamente crescente como função do diferencial na vizinhança de $\Delta_i^c = 0$. Isto significa que é desejável por parte do lojista praticar o sobrepreço acima do preço único $\bar{p}$. No entanto, este resultado representa apenas uma análise de estática comparativa, que serve exclusivamente para provar que o preço único deixa de ser um equilíbrio quando se permite a diferenciação.

Qualquer avaliação de política deveria abordar outras questões relevantes como: Existe um equilíbrio competitivo com diferenciação de preços? E se a resposta for positiva, qual seria o bem-estar do consumidor? Seria melhor do que aquele obtido com preço único? Os resultados enunciados abaixo ajudam a esclarecer estas questões.

Teorema 1: Para cada tarifa de intercâmbio *a*, existe um par de preços $(\overline{p}^r, \overline{p}^c)$, respectivamente, o preço cobrado para transações com dinheiro e crédito da loja e o cobrado exclusivamente pelas transações com cartão de crédito, onde este par de preços é um equilíbrio de Nash. Especificamente, se ambos os lojistas praticarem estes preços, nenhum deles teria incentivos para praticar outra estratégia de preços. Os preços são dados pelas seguintes expressões

$$\overline{p}^r = \gamma + \frac{t + \left[H(0) + x.(1 - H(0)) + \theta\right].c_S}{(1+\theta)} \tag{17}$$

e

$$\overline{p}^c = \overline{p}^r + m - c_S \tag{18}$$

Demonstração: Veja o Apêndice.

Note que o preço $\overline{p}^r$ não depende da tarifa de intercâmbio a. De fato, apenas o preço das transações com cartões de crédito $\overline{p}^c$ depende da tarifa de intercâmbio (por meio de (1)) e qualquer aumento nela é totalmente repassado ao preço do bem, quando o pagamento é feito utilizando o cartão de crédito.

Das equações (18) e (1), obtemos que o diferencial de equilíbrio é dado por

$$\overline{\Delta}^c = c_A + a - c_S \tag{19}$$

e, consequentemente, utilizando (19) e (2), concluímos que $f + \overline{\Delta}^c = -\delta$. Em outras palavras, a tarifa de intercâmbio perde sua capacidade de afetar o benefício líquido dos consumidores obtido numa transação com cartões de crédito, dado por $-f - \overline{\Delta}^c$, com a possibilidade de diferenciação. Este benefício é constante, e igual a δ, valor que corresponde exatamente ao benefício pago pelo emissor ao usuário de cartão na situação de máximo bem-estar do consumidor quando sob a regra de não-sobrepreço. Este resultado representa uma diferença significativa com respeito aos obtido em Rochet e Wright (2010).

O preço médio de equilíbrio é dado por

$$\overline{p}^m = (1-\alpha_\Delta).\overline{p}^r + \alpha_\Delta.\overline{p}^c \tag{20}$$

onde $\alpha_\Delta := x.[1 - H(f + \overline{\Delta}^c)]$ é a proporção de usuários de cartão de crédito que, com a possibilidade de diferenciação, preferem utilizar os cartões de crédito ao invés do crédito da loja ou do dinheiro.

Corolário 1: O preço único de equilíbrio $\overline{p}$ é uma combinação convexa dos preços $\overline{p}^r$ e $\overline{p}^c$. Mais especificamente,

$$\overline{p} = (1-\alpha_0)\,.\,\overline{p}^r + \alpha_0\,.\,\overline{p}^c \tag{21}$$

onde $\alpha_0 := x.[1 - H(f)]$ corresponde à proporção de portadores de cartão de crédito que, sob a regra de não-sobrepreço, preferem os cartões de crédito do que qualquer outro instrumento de pagamento.

Demonstração: Veja o Apêndice.

Uma consequência importante, e imediata, do Corolário 1 acima é que, sob um diferencial de preços positivo $\overline{\Delta}^c > 0$, temos $\alpha_\Delta = x.[1 - H(f + \overline{\Delta}^c)] < x.[1 - H(f)] = \alpha_0$. Portanto, usando (20) e (21) obtemos que o preço médio $\overline{p}^m$, com possibilidade de diferenciação, é menor que o preço único $\overline{p}$ sob a regra de não-sobrepreço.

Para finalizar a análise dos preços, mostramos como os subsídios cruzados, que surgem sob a regra de não-sobrepreço, são eliminados neste novo cenário com possiblidade de diferenciação. A Figura 3 ilustra como o preço único $\overline{p}$ pode ser decomposto nos novos preços de equilíbrio, assim como, identifica quais componentes dos subsídios são eliminados. Nos casos 1 e 2, da Figura 3, os termos no lado direito de ambas igualdades, que não estão inclusos nas molduras cinzas, correspondem ao preço $\overline{p}^r$ cobrado nas transações feitas com dinheiro ou crédito da loja. No caso 3, os termos do lado direito da igualdade, não estão inclusos na moldura cinza, correspondem ao preço $\overline{p}^c$ cobrado nas transações feitas com cartão de crédito.

Note que, parte do subsídio total é eliminada com a diferenciação de preços nas transações com cartão de crédito, mas um componente do subsídio permanece. Este componente está relacionado ao grupo de consumidores que não possuem cartões de crédito (proporção fixa $1-x$) que não extrai benefícios da utilização do crédito da loja, e, portanto, utilizam dinheiro. Este grupo particular de consumidores acaba subsidiando as compras de todos os outros consumidores. Este subsídio ocorre porque eles possuem menos opções de instrumentos de pagamento que os outros, consequentemente, menos competitividade entre tecnologias de pagamento disponíveis.

Figura 3 – Decomposições do preço único de equilíbrio

1) Dinheiro:

$$\bar{p} = \underbrace{\gamma}_{\text{Custo do bem ou serviço}} + \underbrace{\frac{t}{1+\theta}}_{\text{Custo de deslocamento}} + \underbrace{\left(1-\frac{(1-x).[1-H(0)]}{1+\theta}\right).c_S + \boxed{x.[1-H(f)].(m-c_S)}}_{\text{Subsídio pago}}$$

Eliminado com a diferenciação de preços

2) Crédito da loja:

$$\bar{p} = \gamma + \frac{t}{1+\theta} + \underbrace{c_S}_{\text{Custo do crédito da loja}} - \underbrace{\frac{(1-x).[1-H(0)]}{1+\theta}.c_S}_{\text{Subsídio recebido}} + \underbrace{\boxed{x.[1-H(f)].(m-c_S)}}_{\text{Subsídio pago}}$$

3) Cartão de crédito:

$$\bar{p} = \gamma + \frac{t}{1+\theta} + \underbrace{m}_{\text{Taxa de desconto}} - \underbrace{\frac{(1-x).[1-H(0)]}{1+\theta}.c_S}_{\text{Subsídio recebido}} - \underbrace{\boxed{\{1-x.[1-H(f)]\}.(m-c_S)}}_{\text{Subsídio recebido}}$$

Note que o subsídio remanescente, dos usuários de dinheiro para os outros, é eliminado se todos consumidores forem portadores um cartão de crédito ($x=1$). No entanto, como não estamos permitindo diferenciação dos preços entre dinheiro e crédito da loja, um subsídio entre estes dois grupos ainda persistiria. Isto ocorre porque o preço $\bar{p}^r$, sendo um preço médio, não reflete as diferenças entre os custos de cada instrumento em particular (dinheiro tem custo zero e crédito da loja tem custo c_S).

O Teorema 2 a seguir mostra que existe um impacto positivo sobre o bem-estar do consumidor, como consequência da eliminação das barreiras à diferenciação de preços nas transações com cartões de crédito.

Teorema 2: O bem-estar do consumidor no equilíbrio com diferenciação de preços é maior que aquele no equilíbrio com a regra de não-sobrepreço. Eles são iguais apenas se a tarifa de intercâmbio a é igual a $c_S - c_A$.

Demonstração: Veja o Apêndice.

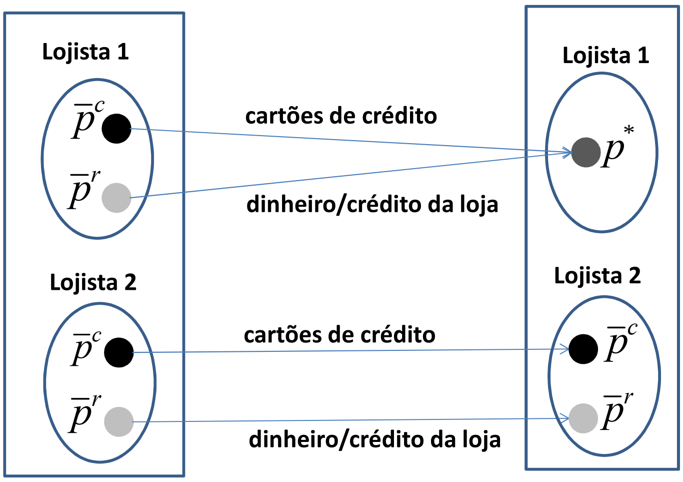
Com respeito ao lucro dos lojistas, o corolário a seguir mostra que os comerciantes são indiferentes com respeito à regra de não-sobrepreço. Intuitivamente, devido à hipótese de competição entre os lojistas, a diferenciação apenas faz os lojistas eliminarem os subsídios cruzados, repassando aos usuários de cartão os custos excedentes do cartão em relação ao crédito da loja $(m - c_S)$, deixando de cobrar subsídios no mesmo valor dos outros consumidores. Em modelo que considera os usuários de cartão de crédito de conveniência, assim como, usuários que pagam juros, Chakravorti e Emmons (2003) mostram que os lojistas preferem praticar preços diferenciados.

Corolário 2: O lucro do lojista é o mesmo nos dois equilíbrios, seja o equilíbrio com preço único sob a regra de não-sobrepreço ou o equilíbrio com diferenciação.

Demonstração: Veja o Apêndice.

Para analisar os efeitos da tarifa de intercâmbio a sobre os incentivos dos lojistas para desviar para preço único, será útil calcular o lucro do lojista depois que este desvia unilateralmente e o outro permanece praticando preços diferenciados $\bar{p}^r$ e $\bar{p}^c$. A Figura 4 ilustra a situação em que o Lojista 1 se move unilateralmente para o preço único enquanto o Lojista 2 continua praticando o preço diferenciado.

Figura 4 – Movimento unilateral para a estratégia de preço único



A Proposição 2 abaixo mostra que, dado que ambos comerciantes estão praticando preços diferenciados, nenhum deles tem incentivos para praticar unilateralmente preço único, onde o preço p^* que maximiza o lucro não é necessariamente igual ao preço único de equilíbrio $\overline{p}$ sob a regra de não-sobrepreço. Na próxima subseção, o mesmo tipo de análise é apresentado, mas num contexto de existência de custos de menu em que se permite a diferenciação de preços (veja o Teorema 3).

Proposição 2: Assuma que ambos lojistas praticam, inicialmente, preços diferenciados $\overline{p}^r$ e $\overline{p}^c$, com um diferencial de preços $\overline{\Delta}^c$. Se um dos lojistas decide praticar o preço único p^* que maximiza o seu lucro, comparado com todos os preços únicos alternativos, o seu lucro sofrerá uma diminuição no valor de $\varepsilon(a).\left(1-\dfrac{\varepsilon(a)}{2t}\right)$, enquanto o lucro do competidor terá um aumento no valor $\dfrac{\varepsilon(a)}{2}$.

Demonstração: Veja a demonstração do Teorema 3 no Apêndice. O caso em que não existe custos de menu, tratado aqui, é um caso particular do caso mais geral tratado naquela demonstração.

Figura 5 – Lucros com a possibilidade de diferenciação de preços

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">Lucros dos lojistas</th><th colspan="2">Lojista 2</th></tr>
<tr><th>Preços diferenciados</th><th>Preço único</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Lojista 1</td><td rowspan="2">Preços diferenciados</td><td rowspan="2">t/2 ; t/2</td><td>t/2 + ε/2 ; t/2 – ε.(1–ε/2t)</td></tr>
<tr><td>t/2 + ε.(1+ε/2t) ; t/2 – ε/2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Preço único</td><td>t/2 – ε.(1–ε/2t) ; t/2 + ε/2</td><td rowspan="2">t/2 ; t/2</td></tr>
<tr><td>t/2 – ε/2 ; t/2 + ε.(1+ε/2t)</td></tr>
</table>

Uma consequência das Proposições 5 e 6 é que, a despeito de ambos lojistas terem o mesmo lucro nos dois equilíbrios (preço único ou diferenciado), nenhum deles tem incentivos (sem que haja cooperação) para se mover unilateralmente para uma estratégia de preço único. A Figura 5 ilustra o que ocorre com os lucros dos lojistas quando as estratégias entre “praticar diferenciação” ou “praticar preço único”. Cada entrada da matriz informa os lucros de cada lojista em correspondência com cada par de estratégias adotadas. Portanto, a célula destacada em cinza indica os lucros de equilíbrio dos Lojistas 1 e 2, os quais são iguais a $t/2$, quando ambos decidem aplicar o sobrepreço. Os lucros de ambos lojistas são novamente iguais a $t/2$ quando ambos praticam o preço único. No entanto, esta combinação de estratégias não é um equilíbrio.

Note que, se ambos lojistas estão no equilíbrio com preços diferenciados, e o Lojista 1 se desviasse para praticar o preço único, o seu lucro cairia de $t/2$ para $t/2-\varepsilon(a).(1-\varepsilon(a)/2t)$, enquanto o lucro do Lojista 2 cresceria de $t/2$ para $t/2+\varepsilon(a)/2$. Por outro lado, se ambos Lojistas estão praticando o preço único e o Lojista 2, individualmente, decide praticar preços diferenciados, seu lucro cresce de $t/2$ para $t/2+\varepsilon(a).(1+\varepsilon(a)/2t)$, enquanto o lucro do Lojista 1 cai de $t/2$ para $t/2-\varepsilon(a)/2$. Portanto, como cada movimento representa um desvio unilateral de um cenário de preços inicial específico, cada uma destas ações gera cenários de lucro distintos. O raciocínio é análogo quando o Lojista 1 se move unilateralmente do preço único para os preços diferenciados, assim como, quando o Lojista 2 se move unilateralmente dos preços diferenciados para o preço único.

3.2. Custo de menu

Nessa última subseção analisamos os efeitos da introdução de custos de menu no modelo com diferenciação de preços tratado acima. Neste novo contexto, chamaremos de custos de menu qualquer custo, pecuniário ou não, incorridos pelo lojista, como consequência da prática da diferenciação de preços em função dos instrumentos de pagamento escolhido pelos consumidores. Como de costume, entre as razões para considerar este tipo de fricção temos: os custos de desenvolver estratégias de preços diferenciados, ou o custo de programar e atualizar os sistemas com as informações dos preços diferenciados.

Outro motivo para incluir custos de menu no modelo deriva da insegurança legal ou regulatória, relacionada ao risco de penalidades imprevistas, ou processos judiciais, que um lojista poderia sofrer em consequência da sua opção pela prática da diferenciação. Em algumas jurisdições onde não existem regras claras a respeito da diferenciação de preços, ou quando existem conflitos institucionais e pouco consenso sobre a interpretação das regras existentes, os estabelecimentos comerciais acabam atribuindo um alto custo à opção pela diferenciação de preços.[10]

Suponha que os lojistas enfrentem, respectivamente, custos de menu μ_1 e μ_2 por transação. Neste caso, a margem do Lojista *i* é dada por

$$M_i^{\mu} := (1+\theta).(p_i^r - \gamma) - (H(0)+\theta).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c) - \mu_i.I(\Delta_i^c) \qquad (22)$$

onde $I(\Delta_i^c) := \begin{cases} 0 & ;\text{if } \Delta_i^c = 0 \\ 1 & ;\text{if } \Delta_i^c \neq 0 \end{cases}$

O Teorema 3 a seguir afirma que, mesmo na presença de custos de menu, a estratégia de diferenciação de preços ainda permanece um equilíbrio de Nash. Os diferenciais de preços dos lojistas são os mesmos que os obtidos no caso sem custos de menu. No entanto, os preços diferenciados de equilíbrio com custos de menu são maiores que os preços diferenciados de equilíbrio na ausência de custos de menu. Assim como, os preços praticados por cada lojista serão diferentes se os custos de menu deles forem diferentes.

Teorema 3: Se $\mu_1 \geq \mu_2 > 0$, $t \geq \frac{\mu_1 - \mu_2}{3}$ e $\varepsilon(a) > \frac{\mu_1}{2}$, então os sobrepreços para as compras com cartão de crédito permanecem sendo um equilíbrio, onde o diferencial de

[10] A Associação dos Lojistas de Belo Horizonte, capital do Estado de Minas Gerais (Brasil), entrou com processo no Tribunal de Justiça do Estado contra as multas aplicadas pelo Órgão de Defesa do Consumidor de Minas Gerais (Procon/MG) aos lojistas que diferenciavam os preços das transações com cartão de crédito. No dia 9 de julho 2012, a 6ª Corte de Justiça anunciou sentença a favor da Associação. De fato, não existe base legal explícita para a aplicação das multas; no entanto, o Procon/MG argumenta que a proibição teria suporte numa Portaria emitida pelo Ministério da Fazenda (No. 118 de 11 de março de 1998). Na verdade, esta regulação referia-se às regras de transição para implantação do Plano Real. No entanto, a sentença não é definitiva e o Procon/MG está recorrendo da decisão da Corte.

preços de equilíbrio é iguais àquele para o caso sem custos de menu, $\overline{\Delta}_1^{c,\mu} = \overline{\Delta}_2^{c,\mu} = \overline{\Delta}^c$, e os preços base de equilíbrio, cobrados das transações em dinheiro e crédito da loja, dados por

$$\overline{p}_1^{r,\mu} = \overline{p}^r + \frac{1}{1+\theta}.\left(\frac{2.\mu_1 + \mu_2}{3}\right) \quad \text{e} \quad \overline{p}_2^{r,\mu} = \overline{p}^r + \frac{1}{1+\theta}.\left(\frac{\mu_1 + 2.\mu_2}{3}\right).$$

são maiores que os correspondentes para o caso sem custos de menu.

Demonstração: Veja o Apêndice.

Particularmente, quando não existe dispersão nos custos de menu, isto é, $\mu_1 = \mu_2$ pode-se concluir que, a despeito da presença de custos de menu associados à diferenciação de preços, os lojistas são capazes de recuperar todos os custos de menu aumentando os seus preços, visto que $\frac{2.\mu_1 + \mu_2}{3} = \mu_1 = \mu_2 = \frac{\mu_1 + 2.\mu_2}{3}$. No entanto, se existir dispersão nos custos de menu, quando $\mu_1 > \mu_2$, o Lojista 1 não é capaz de recuperar todos os seus custos, visto que $\left(\frac{2.\mu_1 + \mu_2}{3}\right) < \mu_1$. No entanto, o Lojista 2, recupera mais do que apenas o seu custo de menu, visto que $\left(\frac{\mu_1 + 2\mu_2}{3}\right) > \mu_2$. Como consequência (veja a demonstração do Teorema 3 no Apêndice) o Lojista 1 perde mercado e margem de lucro, enquanto o Lojista 2 aumenta sua fatia de Mercado e sua margem de lucro, quando comparado com as correspondentes no caso sem dispersão no custos de menu.

A Figura 6 generaliza os resultados da Figura 5. Ela mostra que, se existe custos de menu, os lucros de ambos os lojistas dependem das suas decisões individuais sobre suas estratégias de preços. Definimos $\alpha := \frac{1}{t}.\left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{3}\right)$ e $\beta_i(a) := \frac{1}{t}.\left(\varepsilon(a) - \frac{\mu_i}{2}\right)$. Note que a Hipótese 4 e as hipóteses do Teorema 3 são suficientes para, não somente, garantir que $0 \leq \alpha < 1$ e $0 < \beta_i(a) < 1$ para $i = 1,2$, mas, também, que $0 < \alpha + \beta_1(a) < 1$, para qualquer valor de tarifa de intercâmbio *a*.

A Figura 6 mostra os efeitos dos custos de menu sobre as decisões dos lojista as respeito da aplicação, ou não, de preço diferenciado nas compras com cartão de crédito. Note que, como consequência do desvio unilateral do Lojista 1 do preço diferenciado para o preço único, o seu lucro reduz em $\frac{t}{2}.\beta_1(a).\{2.[1-\alpha]-\beta_1(a)\}$. Por sua vez, o desvio unilateral do Lojista 2 do preço diferenciado para o preço único reduz seu lucro em $\frac{t}{2}.\beta_2(a).\{2.[1+\alpha]-\beta_2(a)\}$.

Essencialmente, quanto maior a tarifa de intercâmbio, maior será a redução no lucro, e, consequentemente, mais estável será o equilíbrio com preços diferenciados. Adicionalmente, quanto maiores os custos de menu, menos estável será o equilíbrio com preços diferenciados.

Figura 6 – Lucros com possibilidade de diferenciação de preços e custos de menu

Lucros dos lojistas		**Lojista 2**	
		Preços diferenciados	**Preço único**
Lojista 1	**Preços diferenciados**	$t/2.(1-\alpha)^2$; $t/2.(1+\alpha)^2$	$t/2.(1-\alpha).(1-\alpha+\beta_2)$; $t/2.(1+\alpha-\beta_2)^2$
			$t/2.(1+\beta_1)^2$; $t/2.(1-\beta_1)$
	Preço único	$t/2.(1-\alpha-\beta_1)^2$; $t/2.(1+\alpha).(1+\alpha+\beta_1)$	$t/2$; $t/2$
		$t/2.(1-\beta_2)$; $t/2.(1+\beta_2)^2$	

Neste sentido, Rochet (2003) argumenta que o sobrepreço é pouco praticado pelos comerciantes, provavelmente por causa dos custos de transação, mesmo quando o sistema não proíbe o sobrepreço. Nossos resultados revelam que, se não existirem muitos consumidores obtendo benefícios do uso do crédito da loja, então $\beta_i(a)$ pode ser negativo, para $i=1$ ou 2, e, consequentemente, a estratégia de diferenciação de preços não é equilíbrio. Portanto, um tópico interessante de pesquisa aplicada seria avaliar a disponibilidade e a conveniência para os consumidores do crédito da loja em comparação ao cartão de crédito, no sentido de analisar se este aspecto pode explicar porque em algumas economias, a despeito do sobrepreço ser permitido, os comerciantes não têm o hábito de diferenciar preços.

O Corolário 3 abaixo mostra que, a despeito da existência de custos de menu decorrentes da diferenciação de preços, os consumidores e lojista obtêm um bem-estar maior e lucro maior, respectivamente, do que quando a regra de não-sobrepreço é proibida. Em particular, quando não existe dispersão nos custos de menu entre lojistas, este corolário mostra que o ganho de bem-estar agregado dos consumidores e lojistas com a diferenciação é dado pela diferença entre os benefícios líquidos associados à troca do crédito da loja pelo cartão de crédito por parte dos consumidores, como resultado da prática da diferenciação, menos o custo de menu incorrido pelo lojista.

Corolário 3: O bem-estar agregado dos consumidores e o lucro agregado dos lojistas no equilíbrio de preços diferenciados, com custos de menu, são maiores que aqueles obtidos no equilíbrio de preço único sob a regra de não-sobrepreço. Em particular, se ambos custos de menu são iguais, onde $\mu := \mu_1 = \mu_2$, o ganho de bem-estar agregado dos consumidores e dos lojistas com a diferenciação é dado por $2.\varepsilon(a) - \mu$.

Demonstração: Veja o Apêndice.

Portanto, nossos resultados descrevem uma situação teórica em que a eliminação da regra de não-sobrepreço pode reduzir o poder de mercado do sistema de cartões de crédito, e aumentar o bem-estar agregado dos consumidores e lojistas. Estes resultados têm uma ligação importante com os resultados de Rochet e Wright (2010). Seja $\tilde{a} := \min\{\varepsilon^{-1}(\mu_1/2); \varepsilon^{-1}(\mu_2/2)\}$. Se os arranjos de pagamento com cartões de crédito elevarem a tarifa de intercâmbio, digamos $a > \tilde{a}$, os lojistas poderiam querer praticar preços diferenciados (veja Figure 6). Em particular, suponha que o valor limite $\tilde{a}$ seja menor que a tarifa de intercâmbio $\bar{a}$, que maximiza o lucro do sistema de cartões sob a regra de não-sobrepreço, assim como obtida em Rochet and Wright (2010). Nesta situação, seria possível que algum lojista decida diferenciar preços, o que poderia desestabilizar o preço de equilíbrio $\bar{p}$ anterior, forçando o sistema de cartões a reduzir a tarifa de intercâmbio para $\tilde{a}$. Neste sentido, o poder de mercado e os lucros dos emissores de cartões são reduzidos. Consequentemente, o bem-estar agregado dos consumidores e lojistas é aumentado, se comparado com o equilíbrio de preço único sob a regra de não-sobrepreço.

4. Conclusões

Neste trabalho, adaptamos o arcabouço de Rochet e Wright (2010), para a ausência de uma regra de não-sobrepreço nas transações com cartões de crédito. Neste novo contexto, provamos que o preço de equilíbrio para as compras utilizando cartões de crédito e o preço de equilíbrio para compras com dinheiro ou crédito da loja não são iguais. Em particular, obtemos que o diferencial, ou sobrepreço, de equilíbrio é a diferença entre a taxa de desconto do cartão e o custo do crédito da loja, ambos incorridos pelos comerciantes.

Este resultado a respeito dos preços de equilíbrio é muito relevante, especialmente em jurisdições onde a agenda de debate sobre a regulação dos cartões discute a necessidade de se definir um teto para o sobrepreço praticado pelos comerciantes (com na Austrália). Nossos resultados estabelecem que um teto para o sobrepreço não deva exceder o diferencial de preços equilíbrio que encontramos. Isto é, que o teto para o sobrepreço deve ser menor ou igual à diferença entre a taxa de desconto do comerciante e o custo do crédito da loja. Em particular, este resultado implica em que, apenas quando o custo dos lojistas ofertarem crédito é igual ou maior que a taxa de desconto do cartão, a regra de não-sobrepreço poderia ser aceita do ponto de vista de um regulador que busca preservar o bem-estar dos consumidores. Este resultado contrasta com os do modelo analisado em Rochet (2003).

Inicialmente, provamos que o preço único não é equilíbrio quando a diferenciação é permitida. Isto é uma consequência do fato de que cada lojista, de fato, passa a ter incentivos para se desviar da estratégia de preço único e praticar unilateralmente um sobrepreço nas transações com cartão de crédito.

O resultado acima nos leva à seguinte questão: se a diferenciação de preços fosse permitida, isto daria algum poder de mercado aos comerciantes ao ponto deles serem capazes de manter um sobrepreço nas transações com cartão de crédito tal que o preço médio de todas as transações seja maior que o preço único sob a regra de não-sobrepreço? A resposta que obtemos é: definitivamente não. Para demonstrar isso, nós calculamos os novos preços de equilíbrio quando a diferenciação o preço do cartão de crédito for permitida, e provamos que o preço médio de equilíbrio é menor que o preço único sob a regra de não-sobrepreço. Ademais, o novo nível de bem-estar agregado dos consumidores é, em geral, maior que aquele obtido no equilíbrio de preço único. O bem-estar é o mesmo apenas se a tarifa de intercâmbio estiver no nível que maximiza o bem-estar sob a regra de não-sobrepreço.

Obtemos, também, que os lucros dos comerciantes, quando a diferenciação é permitida, são iguais aos obtidos sob a regra de não-sobrepreço. Este resultado levanta a seguinte questão: os lojistas poderiam ter incentivos para se desviar para uma estratégia de preço único? Encontramos situações em que eles não teriam tais incentivos. De fato, provamos que, se um grupo representativo de consumidores tem benefícios em utilizar o crédito da loja ao invés do cartão de crédito, nenhum dos lojistas teria incentivos para se desviar unilateralmente do equilíbrio com preços diferenciados para o preço único.

No ultimo exercício que realizamos, introduzimos os custos de menu associados à diferenciação de preços para analisar de que forma este tipo de fricção inibiria os incentivos dos lojistas para diferenciar preços. Neste novo contexto, concluímos que existem situações em que a estratégia de preços diferenciados continua sendo um equilíbrio. De fato, se os lojistas praticam preços diferenciados, o lucro daquele lojista que incorre no maior (menor) custo de menu ficará abaixo (acima) dos níveis atingidos com o preço único.

Consequentemente, identificamos situações em que, a despeito da existência de custos de menu, se os lojistas praticam preços diferenciados, nenhum deles teria incentivos para praticar, unilateralmente, a estratégia de preço único. De fato, caso apenas um comerciante pratique o preço único, ele perderá mercado e margem de lucro. Portanto, os lojistas perderiam bem-estar caso decidissem, unilateralmente, mudar para a estratégia de preço único.

Com a possibilidade de diferenciação, se os custos de menu dos lojistas são iguais demonstramos que os seus lucros são iguais aos obtidos no caso não houvesse custos de menu, os quais são os mesmos obtidos sob a regra de não-sobrepreço. Portanto, os lojistas seriam indiferentes entre três cenários. A despeito desta indiferença dos lojistas, os consumidores, em geral, atingem um bem-estar agregado maior do aquele obtido sob a regra de não-sobrepreço.

Em resumo, utilizando um modelo simples para o mercado de cartões de crédito, pudemos ilustrar como a ausência da regra de não-sobrepreço poderia gerar preços de equilíbrio capazes de aumentar o bem-estar agregado dos consumidores. Ocorre que, o poder de mercado do sistema de cartões de crédito exercido por meio da fixação da tarifa de intercâmbio é reduzido, mesmo na presença de custos de menu associados a pratica da diferenciação. Ilustramos uma situação em que os lojistas que enfrentam custos de menu menores tem uma vantagem comparativa quando a diferenciação é permitida. Portanto, pudemos apresentar uma justificativa teórica para situações evidenciadas na prática em que alguns lojistas se posicionam contra a imposição de uma regra de não-sobrepreço.

AGRADECIMENTOS

Retirado pela Esaf.

REFERÊNCIAS

BOLT, W.; CHAKRAVORTI, S. (2008). Consumer choice and merchant acceptance of payment media. **The Federal Reserve Bank of Chicago**. Working paper.

BRADFORD, T.; HAYASHI, F. (2008). Developments in interchange fees in the United States and abroad. **Federal Reserve Bank of Kansas City**. Working paper.

BANCO CENTRAL DO BRASIL (2011a). Relatório sobre a Indústria de Cartões de Crédito. **Banco Central do Brasil**.<http://www.bcb.gov.br/Pom/Spb/Ing/Payment_Cards_Report.pdf>

BANCO CENTRAL DO BRASIL (2011b). O subsídio cruzado no uso dos cartões de crédito. **Banco Central do Brasil**. Appendix A of the 2010 Statistical Addendum of the Report on the Brazilian Payment Card Industry. <http://www.bcb.gov.br/htms/spb/Relatorio_Cartoes_Adendo_2010.pdf>.

CHANG, H.; EVANS, D.; GARCIA-SWARTZ, D.G. (2005). The effect of regulatory intervention in two-sided markets: an assessment of interchange-fee capping in Australia. **Review of Network Economics**. Vol.4 (4). Artigo 5.

CHAKRAVORTI, S.; EMMONS, W. (2003). Who pays for credit cards? **Journal of Consumer Affairs**. Vol. 37, p.208–230.

CHAKRAVORTI, S.; To, T. (2007). A theory of credit cards. **International Journal of Industrial Organization**. Vol.25, p. 583–595.

GANS, J. S.; KING, S. P. (2003). The Neutrality of Interchange Fees in Payment Systems. **Topics in Economic Analysis & Policy**. Vol.3, Issue 1, Article 1. Berkeley Electronic Press.

MA MARKET DEVELOPMENT AB (2000). Study Regarding the Effects of the Abolition of the Non-discrimination Rule in Sweden for European Commission Competition Directorate General”. **ITM Research**. Final Report.

RESERVE BANK OF AUSTRALIA (2011a). Review of card surcharging: a consultation document. **Reserve Bank of Australia**. <http://www.rba.gov.au/publications/consultations/201106-review-card-surcharging/pdf/201106-review-card-surcharging.pdf>.

RESERVE BANK OF AUSTRALIA (2011b). A Variation to the surcharging standards: a consultation document. **Reserve Bank of Australia**. http://www.rba.gov.au/publications/ consultations/201112-variation-surcharging-standards/pdf/201112-variation-surcharging-standards.pdf>.

RESERVE BANK OF AUSTRALIA (2012). A Variation to the Surcharging Standards: Final Reforms and Regulation Impact Statement. **Reserve Bank of Australia**. June. <http://www.rba.gov.au/payments-system/reforms/cards/201206-var-surcharging-stnds-fin-ref-ris/index.html>.

ROCHET, J.-C. (2003). The theory of interchange fees: a synthesis of recent contributions. **Review of Network Economics**. Vol.2 (2). Artigo 4.

ROCHET, J.-C; WRIGHT, J. (2010). Credit card interchange fees. **Journal of Banking & Finance**. Vol. 34, p.1788-1797.

ROCHET, J.-C; TIROLE, J. (2002). Cooperation among competitors: some economics of payment card associations. **Rand Journal of Economics.** Vol.33, p.549–570.

ROCHET, J.-C.; TIROLE, J. (2006). Externalities and Regulation in Card Payment Systems. **Review of Network Economics**. Vol.5, Issue 1, 1-14.

ROCHET, J.-C; TIROLE, J., (2008). Must-take cards: Merchant discounts and avoided costs. **Toulouse School of Economics**. Working paper.

SCHMALENSEE, R. (2002). Payment systems and interchange fees. **Journal of Industrial Economics**. Vol.50, p.103–122.

SCHUH, S.; STAVINS, J. (2010). Why are (some) consumers (finally) writing fewer checks? The role of payment characteristics. **Journal of Banking and Finance.** Vol.34, p.1745–1758.

WANG, Z. (2010). Market structure and payment card pricing: What drives the interchange? **International Journal of Industrial Organization**. Vol.28, p.86-98.

WEINER, S.; Wright, J. (2005). Interchange fees in various countries: Developments and determinants. **Review of Network Economics**. Vo. 4 (4). Article 3.

WRIGHT, J. (2003). Optimal card payment systems. **European Economic Review**. Vol.47, p.587–612.

UNITED KINGDOM PARLIAMENT (1990). The Credit Cards (Price Discrimination) Order 1990". **United Kingdom Parliament Statutory Instruments**. No. 2159. <http://www.legislation.gov.uk>.

VIS, E.; TOTH, J. (2000). The Abolition of the No-discrimination Rule. **Report for European Commission Directorate General Competition**. Vol. 12, <http://ec.europa.ec/comm/competition/antitrust/cases/2973/studies/netherlands/report.pdf>.

APÊNDICE

Para provar que, com a possibilidade de diferenciação de preços, o preço único $\bar{p}$ não é equilíbrio e encontrar os novos preços, derivamos a margem do lojista, a utilidade do consumidor e a participação de mercado do lojista, e utilizamos estas derivadas para encontrar a função lucro. Subsequentemente, calculamos as derivadas da função lucro com respeito ao preço base $\bar{p}_i^r$ e ao diferencial de preços $\overline{\Delta}_i^r$.

A Figura A1 mostra a decomposição da margem esperada do lojista em várias componentes. O primeiro grupo de componentes corresponde à margem obtida pelo comerciante de consumidores que não podem utilizar o cartão de crédito, seja porque não é portador de um cartão ou porque o lojista não aderiu ao sistema de cartão de crédito. O segundo grupo de componentes corresponde à margem dos lojistas obtida nas situações em que os consumidores são portadores de um cartão e o lojista escolhido por ele aderiu ao sistema de cartões de crédito.

Figura A1 – Margem de lucro esperada do lojista

$$
\begin{aligned}
M_i = \overbrace{(1 - x.L_i^r)}^{\text{não pode usar cartão de crédito}} . & \left[\underbrace{\overbrace{H(0).(p_i^r - \gamma - c_S)} + \overbrace{(1 - H(0)).(p_i^r - \gamma)}}_{\text{compras ordinárias}} \right. \\
& \left. + \underbrace{\overbrace{\theta.(p_i^r - \gamma - c_S)}^{\text{crédito da loja}}}_{\text{compra à crédito}} \right] \\
+ \underbrace{x.L_i^r}_{\text{pode usar cartão de crédito}} . & \left[\underbrace{\overbrace{H\left(L_i^c.(f + \Delta_i^c)\right).\left(p_i^r - \gamma - c_S\right)}^{\text{crédito da loja}} + \overbrace{\left(1 - H\left(L_i^c.(f + \Delta_i^c)\right)\right).\left(p_i^r - \gamma + L_i^c.(\Delta_i^c - m)\right)}^{\text{cartão de crédito e dinheiro}}}_{\text{compras ordinárias}} \right. \\
& \left. + \underbrace{\theta.\left[\overbrace{H(f + \Delta_i^c).\left(p_i^r - \gamma - c_S\right)}^{\text{crédito da loja}} + \overbrace{\left(1 - H(f + \Delta_i^c)\right).\left(p_i^r - \gamma + \Delta_i^c - m\right)}^{\text{cartão de crédito}}\right]}_{\text{compra à crédito}} \right]
\end{aligned}
$$

A fórmula apresentada na Figura A1 pode ser simplificada de modo a derivarmos a equação (7). Desta forma, as derivadas parciais com respeito ao preço base e ao diferencial de preços são dadas por

$$\frac{\partial M_i}{\partial p_i^r} = (1+\theta) \tag{A1}$$

e

$$\frac{\partial M_i}{\partial \Delta_i^c} = x.L_i^r.(L_i^c + \theta).\left\{h\left(f + \Delta_i^c\right).(m - c_S - \Delta_i^c) + \left[1 - H\left(f + \Delta_i^c\right)\right]\right\} \tag{A2}$$

Os consumidores decidem qual lojista consumir calculando sua utilidade e subtraindo os custos de deslocamento associado a cada escolha. Para calcular a participação de mercado precisamos identificar a posição do consumidor indiferente no intervalo.

Analogamente, a Figura A2 abaixo mostra a decomposição da utilidade esperada dos consumidores. O primeiro grupo de componentes corresponde à utilidade obtida pelos consumidores que não podem usar o cartão de crédito, seja porque não portam um cartão ou porque o lojista não aderiu ao sistema de cartões. O segundo grupo de componentes corresponde à utilidade dos consumidores nas situações em que possuem um cartão de crédito e em que o lojista por ele escolhido aderiu ao sistema de cartões de crédito.

Figura A2 – Utilidade esperada do consumidor

$$U_i = \underbrace{(1 - x.L_i^r)}_{\text{não pode usar cartão de crédito}}.\left(\underbrace{u_0 + \theta.u_1}_{\text{utilidade do bem}} - \underbrace{(1+\theta).p_i^r}_{\text{custo do bem}} - \underbrace{\int_{\underline{c_B}}^{0} c_B.dH(c_B) - \theta.E(c_B)}_{\text{custo do crédito da loja (compras ordinárias e à crédito)}}\right)$$

$$+ \underbrace{x.L_i^r}_{\text{pode usar cartão de crédito}}.\left(\begin{array}{l} \underbrace{u_0 + \theta.u_1}_{\text{utilidade do bem}} - \underbrace{(1+\theta).p_i^r}_{\text{custo do bem}} - \underbrace{\int_{\underline{c_B}}^{L_i^c.(f+\Delta_i^c)} c_B.dH(c_B)}_{\text{custo do crédito da loja (compras ordinárias)}} - \underbrace{\int_{L_i^c.(f+\Delta_i^c)}^{\overline{c_B}} L_i^c.(f + \Delta_i^c).dH(c_B)}_{\text{custo do cartão de crédito (compras ordinárias)}} \\ -\theta.\left(\underbrace{\int_{\underline{c_B}}^{f+\Delta_i^c} c_B.dH(c_B)}_{\text{custo do crédito da loja (compras à crédito)}} + \underbrace{\int_{f+\Delta_i^c}^{\overline{c_B}} (f + \Delta_i^c).dH(c_B)}_{\text{custo do cartão de crédito (compras à crédito)}}\right) \end{array}\right)$$

A expressão da Figura A2 pode ser simplificada para derivar a equação (9), a qual é utilizada para obter a equação (11) da participação de mercado. As derivadas da participação de mercado (11) com respeito ao preço base e ao diferencial de preços são dadas por

$$\frac{\partial s_i}{\partial p_i^r} = -\frac{(1+\theta)}{2.t}$$

...(A3)

e

$$\frac{\partial s_i}{\partial \Delta_i^c} = -(L_i^c + \theta).\frac{x.L_i^r}{2.t}.\left[1 - H\left(f + \Delta_i^c\right)\right] \qquad \text{(A4)}$$

O lucro esperado do lojista é igual ao produto entre a margem e a participação de mercado. Assim como veremos abaixo, as expressões (A5) e (A8) são úteis para calcular as derivadas da função lucro.

Utilizamos as equações (7), (11), (A1) e (A3) para derivarmos as expressões abaixo:

$$\frac{2.t}{(1+\theta)}.\frac{\partial M_i}{\partial p_i^r}.s_i = t + (1+\theta).\left(p_j^r - p_i^r\right) + x.\left(L_i^r.\overline{S}(\Delta_i^c) - L_j^r.\overline{S}(\Delta_j^c)\right) \qquad \text{(A5)}$$

e

$$\frac{2.t}{(1+\theta)}M_i.\frac{\partial s_i}{\partial p_i^r} = -\left(1+\theta\right).(p_i^r - \gamma) + \left(H(0) + \theta\right).c_S + x.L_i^r.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c) \qquad \text{(A6)}$$

Podemos utilizar as equações (7), (11), (A2) e (A4) para derivar as expressões abaixo:

$$\frac{2.t}{(L_i^c+\theta)}\cdot\frac{\partial s_i}{\partial \Delta_i^c}.M_i = -x.L_i^r.\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right] \qquad \text{(A7)}$$

$$.\left[(1+\theta).(p_i^r-\gamma)-\left(H(0)+\theta\right).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c)\right]$$

e

$$\frac{2.t}{(L_i^c+\theta)}\cdot\frac{\partial M_i}{\partial \Delta_i^c}.s_i = x.L_i^r.\left\{\, h\left(f+\Delta_i^c\right).(m-c_S-\Delta_i^c)+\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right]\,\right\} \qquad \text{(A8)}$$

$$.\left\{\, t+(1+\theta).\left(p_j^r-p_i^r\right)+x.\left(L_i^r.\overline{S}(\Delta_i^c)-L_j^r.\overline{S}(\Delta_j^c)\right)\,\right\}$$

Somando as expressões (A5) e (a6), obtemos a derivada da função lucro com respeito aos preços base

$$\frac{2.t}{(1+\theta)}\cdot\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i^r}=\begin{cases} t+(1+\theta).\left(p_j^r-p_i^r\right)+x.\left(L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c)-L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right)-\left(1+\theta\right).(p_i^r-\gamma) \\ +\left(H(0)+\theta\right).c_S + x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) \end{cases} \qquad \text{(A9)}$$

Analogamente, das expressões (A7) e (A8), encontramos as derivadas da função lucro com respeito aos diferenciais de preços

$$\frac{2.t}{(L_i^c+\theta)}\cdot\frac{\partial \pi_i}{\partial \Delta_i^c}=\begin{cases} -x.L_i^r.\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right].\left[(1+\theta).(p_i^r-\gamma)-\left(H(0)+\theta\right).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c)\right] \\ +x.L_i^r.\left\{\, h\left(f+\Delta_i^c\right).(m-c_S-\Delta_i^c)+\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right]\,\right\} \\ \quad .\left\{\, t+(1+\theta).\left(p_j^r-p_i^r\right)+x.\left(L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c)-L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right)\,\right\} \end{cases} \qquad \text{(A10)}$$

Demonstração da Proposição 1:

Substituindo (12) em (A10), por $p_i^r = p_j^r = \overline{p}$, $\Delta_i^c = 0$, $L_i^c = 1$ e $L_i^r = 1$, obtemos que a derivada do lucro esperado do lojista com respeito ao diferencial de preços satisfaz a seguinte equação

$$\frac{2.t}{(1+\theta)}\cdot\frac{\partial \pi_i}{\partial \Delta_i^c} = t.x.h\left(f\right).(m-c_S) \qquad \text{(A11)}$$

onde *h* representa a função densidade da distribuição acumulada de probabilidades *H*.

Note que o lado direito de (A11) é positivo se todas as condições abaixo forem satisfeitas:

- Existem custos de deslocamento ($t > 0$);
- Existem portadores de cartão ($x > 0$);
- A densidade dos consumidores que são indiferentes ao custo do credito da loja ou o do cartão de crédito ($c_B = f$) é positiva ($h(f) > 0$);
- A taxa de desconto do lojista é maior que o custo do crédito da loja ($m > c_S$).

Concluímos que, no caso em que a diferenciação de preços for permitida, os lojistas têm incentivos para praticar sobrepreço e, consequentemente, o preço único $\bar{p}$ não é um equilíbrio.

Demonstração do Teorema 1:

As condições de primeira ordem com respeito ao preço base e ao diferencial de preços, usando (A9) e (A10), são dadas, respectivamente, por

$$\begin{aligned} & t + (1+\theta).\left(p_j^r - p_i^r\right) + x.\left(L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c) - L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right) \\ & = (1+\theta).(p_i^r - \gamma) - \left(H(0)+\theta\right).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) \end{aligned} \tag{A12}$$

e

$$\begin{aligned} & x.L_i^r.\left[1 - H\left(f + \Delta_i^c\right)\right].\left\{(1+\theta).(p_i^r - \gamma) - \left(H(0)+\theta\right).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_j^c)\right\} \\ & = x.L_i^r.\left\{ h\left(f + \Delta_i^c\right).(m - c_S - \Delta_i^c) + \left[1 - H\left(f + \Delta_i^c\right)\right] \right\} \\ & \qquad .\left\{ t + (1+\theta).\left(p_j^r - p_i^r\right) + x.\left(L_i^r.\overline{S}(\Delta_i^c) - L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right) \right\} \end{aligned} \tag{A13}$$

Substituindo (A12) em (A13) obtemos que $h\left(f + \Delta_i^c\right)(\Delta_i^c - m + c_S) = 0$ e que o diferencial de preços de equilíbrio é $\overline{\Delta}_i^c = \overline{\Delta}^c = m - c_S$.

Utilizando (A12) obtemos a seguinte equação para os preços base dos dois lojistas

$$(1+\theta).\left(2.p_i^r - p_j^r\right) = t + \left(1+\theta\right).\gamma + \left(H(0)+\theta\right).c_S$$
$$+ x.\overline{S}(a,\overline{\Delta}^c).\left(L_i^r - L_j^r\right) + x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\overline{\Delta}^c);$$

Trocando *i* e *j*, e multiplicando por 2 (dois), obtemos

$$(1+\theta).\left(4.p_j^r - 2.p_i^r\right) = 2.t + 2.\left(1+\theta\right).\gamma + 2.\left(H(0)+\theta\right).c_S$$
$$+ 2.x.\overline{S}(a,\overline{\Delta}^c).\left(L_j^r - L_i^r\right) + 2.x.L_j^r.\overline{\Gamma}(a,\overline{\Delta}^c)$$

Somando as equações acima e rearrumando, obtemos que os preços de equilíbrio satisfazem as seguintes equações

$$(1+\theta).p_j^r = t + \left(1+\theta\right).\gamma + \left(H(0)+\theta\right).c_S + \frac{x}{3}.\left(L_j^r - L_i^r\right).\overline{\phi}(a,\overline{\Delta}^c) + x.L_j^r.\overline{\Gamma}(a,\overline{\Delta}^c) \qquad \text{(A14)}$$

Da equação (A14) acima, obtemos que

$$(1+\theta).(p_j^r - p_i^r) = -\frac{2.x}{3}.\left(L_i^r - L_j^r\right).\overline{\phi}(a,\overline{\Delta}^c) - x.\left(L_i^r - L_j^r\right).\overline{\Gamma}(a,\overline{\Delta}^c)$$

a qual pode ser inserida na equação (11) da participação de mercado para obtermos

$$s_i = \frac{1}{2} + \frac{x.\overline{\phi}(a,\overline{\Delta}^c).\left(L_i^r - L_j^r\right)}{6.t} \qquad \text{(A15)}$$

Se $\overline{\phi}(a,\overline{\Delta}^c) = \overline{\phi}_\delta > 0$, concluímos da fórmula (A15) que, em equilíbrio, os dois lojistas aderem ao sistema de cartões de crédito, $L_i^r = 1$. Isso ocorre porque se um deles decide o contrário, esse perderá participação de mercado. Consequentemente, a participação de mercado dos dois lojistas é a mesma, $s_i = s_j = \overline{s} = \dfrac{1}{2}$.

Portanto, utilizando $L_i^r = L_j^r = 1$ e $\Delta_j^c = \overline{\Delta}^c = m - c_S$, concluímos de (A14) e (8) que o valor de equilíbrio para o preço base é dado pela equação (17).

De fato, para concluir a demonstração, e mostrar que estes preços não são apenas um equilíbrio local, mas um equilíbrio de Nash global, precisamos medir a variação de preços quando cada um dos lojistas decide se desviar do diferencial de preços de equilíbrio para qualquer outro conjunto de preços. Visto que fazemos esta demonstração num contexto mais geral na demonstração do Teorema 3 a seguir, omitiremos esta parte da demonstração aqui. No entanto, comentamos naquela demonstração como identificar e analisar esse caso particular, em que não existem custos de menu, do caso mais geral.

Demonstração do Corolário 1:

De (12) e (A13), visto que $L_i^r = L_j^r = 1$ e $\Delta_j^c = \overline{\Delta}^c = m - c_S$, concluímos que

$$\overline{p} - \overline{p}^r = x.\left[1 - H\left(f\right)\right].(m - c_S) \tag{A16}$$

a qual pode ser rearranjada, utilizando a equação (17), para obter a equação (21).

Demonstração do Teorema 2:

Podemos utilizar a equação (9) para mostrar que a diferença entre as utilidades (excedentes) agregadas dos consumidores nos dois equilíbrios é dada por

$$\Delta U_i = (1+\theta).(\overline{p} - \overline{p}^r) - x.(1+\theta).\left[\int_f^{f+\overline{\Delta}^c} (c_B - f).dH(c_B) + \overline{\Delta}^c.[1 - H(f + \overline{\Delta}^c)]\right]$$

Substituindo a equação (A16) na expressão acima, obtemos que

$$\Delta U_i = x.[H(f + \overline{\Delta}^c) - H(f)].(1+\theta).\overline{\Delta}^c - x.(1+\theta).\left[\int_f^{f+\overline{\Delta}^c} (c_B - f).dH(c_B)\right]$$

Reescrevendo a equação acima obtemos que

$$\Delta U_i = x.(1+\theta).\left[\int_{f}^{f+\overline{\Delta}^c} (f + \overline{\Delta}^c - c_B).dH(c_B)\right] \rightarrow \begin{cases} = 0 & \text{if } \overline{\Delta}^c = 0 \\ > 0 & \text{if } \overline{\Delta}^c \neq 0 \end{cases}$$

ou

$$\Delta U_i = x.(1+\theta).\left[\int_{-\delta}^{-\delta+c_S-c_A-a} (c_B + \delta).dH(c_B)\right] \rightarrow \begin{cases} = 0 & \text{if } a = c_S - c_A \\ > 0 & \text{if } a \neq c_S - c_A \end{cases}$$

Demonstração do Corolário 2:

Utilizamos a equação (7) para mostrar que a diferença entre as margens nos dois equilíbrios é dada por

$$\Delta M_i = (1+\theta).\left\{x.[1 - H(f)].\overline{\Delta}^c - (\overline{p} - \overline{p}^r)\right\}$$

a qual é igual a 0 (zero) por causa da equação (A16). Visto que as participações de mercado são iguais em ambos os equilíbrios ($\overline{s} = 1/2$), concluímos que os lucros dos lojistas são, também, os mesmos. Em outras palavras, os comerciantes são indiferentes em relação aos dois equilíbrios.

Demonstração do Teorema 3:

Da equação (22) obtemos que, se ambos lojistas praticam preços diferenciados, os custos de menu (μ_i) reduzirão as margens.

As condições de primeira ordem com respeito ao preço base e ao diferencial de preços são dados, respectivamente, por

$$\begin{aligned} & t + (1+\theta).(p_j^r - p_i^r) + x.\left(L_i^r.\overline{S}(a,\Delta_i^c) - L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right) \\ & = (1+\theta).(p_i^r - \gamma) - (H(0)+\theta).c_S - x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c) - \mu_i.I(\Delta_i^c) \end{aligned}$$

e

$$
\begin{aligned}
& x.L_i^r.\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right].\left\{(1+\theta).(p_i^r-\gamma)-\left(H(0)+\theta\right).c_S-x.L_i^r.\overline{\Gamma}(a,\Delta_j^c)-\mu_i.I(\Delta_i^c)\right\} \\
& = x.L_i^r.\left\{\, h\left(f+\Delta_i^c\right).(m-c_S-\Delta_i^c)+\left[1-H\left(f+\Delta_i^c\right)\right]\,\right\} \\
& \qquad .\left\{\, t+(1+\theta).\left(p_j^r-p_i^r\right)+x.\left(L_i^r.\overline{S}(\Delta_i^c)-L_j^r.\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right)\,\right\}
\end{aligned}
$$

Denotando por $\overline{\Delta}_i^{c,\mu}$, $\overline{\Delta}_j^{c,\mu}$, $\overline{p}_i^{r,\mu}$ e $\overline{p}_i^{r,\mu}$, o diferencial e os preços base que satisfazem as condições de primeira ordem acima. Utilizamos a mesma técnica aplicada para demonstrar o Teorema 1, para mostrar que $\overline{\Delta}_i^{c,\mu}=\overline{\Delta}_i^{c,\mu}=\overline{\Delta}^c$ ($\overline{\Delta}^c := m-c_S$), e que $\overline{p}_i^{r,\mu}=\overline{p}^r+\frac{1}{1+\theta}.\left(\frac{2.\mu_i+\mu_j}{3}\right)$ e $\overline{p}_j^{r,\mu}=\overline{p}^r+\frac{1}{1+\theta}.\left(\frac{\mu_i+2.\mu_j}{3}\right)$.

Assumindo, sem perda de generalidade, que $\mu_i \geq \mu_j$, o lojista *i*, que incorre num custo de menu maior, pratica um preço de equilíbrio maior que o lojista *j*. Mais precisamente, obtemos que $\overline{p}_i^{r,\mu}-\overline{p}_j^{r,\mu}=\frac{1}{1+\theta}\left(\frac{\mu_i-\mu_j}{3}\right)\geq 0$.

Se o custo de deslocamento (para uma unidade de distância) é maior, ou igual, que 1/3 (um terço) da diferença entre os preços (de $1+\theta$ bens) de ambos lojistas, $t\geq\frac{(\mu_i-\mu_j)}{3}$, e se definimos $\alpha:=\frac{(\mu_i-\mu_j)}{3.t}$, teremos que $0<\alpha<1$.

Sob todas as condições acima, e utilizando a equação (11), provamos que as participações de mercado de equilíbrio são, respectivamente, $\overline{s}_i^{\mu}=\frac{1}{2}.(1-\alpha)$ e $\overline{s}_j^{\mu}=\frac{1}{2}.(1+\alpha)$. Adicionalmente, utilizamos a equação (22) para provar que as margens de equilíbrio são, respectivamente, $\overline{M}_i^{\mu}=t.(1-\alpha)$ e $\overline{M}_j^{\mu}=t.(1+\alpha)$. Concluímos que os lucros de equilíbrio quando existem custos de menu são, respectivamente, $\overline{\pi}_i=\frac{t}{2}.(1-\alpha)^2$ e $\overline{\pi}_j=\frac{t}{2}.(1+\alpha)^2$. Note que $\overline{\pi}_j-\overline{\pi}_i=4.\alpha>0$, o que significa que o lucro do lojista com maior custo de menu é menor que o lucro do lojista com o menor custo de menu.

Depois de resolver para as condições de primeira ordem, necessitamos provar que os lojistas não têm incentivos para se desviar unilateralmente destes preços diferenciados. Note que a função

$$\varepsilon(a,\Delta_i^c,\Delta_j^c) := \frac{x.(1+\theta)}{2}.\int_{f+\Delta_j^c}^{f+\Delta_i^c}(f+\overline{\Delta}^c - c_B).dH(c_B)$$

é a generalização da função $\varepsilon(a)$, visto que $\varepsilon(a)=\varepsilon(a,0,\overline{\Delta}^c)$, e que

$$\varepsilon(a,\Delta_i^c,\Delta_j^c) = \frac{x}{2}.\left[\left(\overline{\Gamma}(a,\Delta_j^c)-\overline{\Gamma}(a,\Delta_i^c)\right)-\left(\overline{S}(a,\Delta_j^c)-\overline{S}(a,\Delta_i^c)\right)\right].$$

Todos os cálculos abaixo podem ser reproduzidos de forma análoga do ponto de vista de cada um dos lojistas. Particularmente, fixando o preço praticado pelo lojista *j*, p_j, e ambos diferenciais, Δ_i e Δ_j, podemos escrever o lucro do lojista *i* como

$$\pi_i(p_i^r) = \left[-\frac{(1+\theta)^2}{2.t}\right].(p_i^r)^2 + \frac{(1+\theta)}{2.t}.\begin{bmatrix} t+(1+\theta).p_j^r + x.\left(\overline{S}(a,\Delta_i^c)-\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right)+ \\ (1+\theta).\gamma+\left(H(0)+\theta\right).c_S + x.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c)+\mu_i.I(\Delta_i^c) \end{bmatrix}.p_i^r$$

$$-\left[(1+\theta).\gamma+\left(H(0)+\theta\right).c_S + x.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c)+\mu_i.I(\Delta_i^c)\right]\left[\frac{1}{2}+(1+\theta).\left(\frac{p_j^r}{2.t}\right)+x.\left(\frac{\overline{S}(a,\Delta_i^c)-\overline{S}(a,\Delta_j^c)}{2.t}\right)\right]$$

Note que o preço que maximiza, globalmente, a função lucro acima satisfaz a seguinte equação

$$(1+\theta).p_i^{\max} = \frac{1}{2}.\left[(1+\theta).p_j^r + t + (1+\theta).\gamma + \left(H(0)+\theta\right).c_S + x.\overline{\Gamma}(\Delta_i^c)+\mu_i.I(\Delta_i^c)+x.\left(\overline{S}(a,\Delta_i^c)-\overline{S}(a,\Delta_j^c)\right)\right]$$

Podemos utilizar a expressão acima para definir como $p_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)$ o preço do lucro máximo para o lojista *i*, quando ele se desvia unilateralmente do preço base $\overline{p}_i^{r,\mu}$ e do diferencial $\overline{\Delta}^c$, e decide praticar o diferencial Δ_i^c, de tal sorte que o lojista *j* permanece praticando o preço base $\overline{p}_i^{r,\mu}$ e o diferencial $\overline{\Delta}^c$. Consequentemente, a variação de preço é dada por

$$(1+\theta).\left[p_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)-\overline{p}_i^{r,\mu}\right]=x.\left(\overline{S}(a,\Delta_i^c)-\overline{S}(a,\overline{\Delta}^c)\right)-\frac{\mu_i.\left(1-I(\Delta_i^c)\right)}{2}+\varepsilon(a,\overline{\Delta}^c,\Delta_i^c)$$

Definindo $s_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)$ e $M_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)$, respectivamente, como a participação de mercado e a margem após o movimento, podemos calcular a correspondente variação na participação de mercado e na margem, as quais, respectivamente, são dadas por

$$s_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)-\overline{s}_i^{\mu}=\frac{1}{2.t}\left\{\frac{\mu_i.\left(1-I(\Delta_i^c)\right)}{2}-\varepsilon(a,\overline{\Delta}^c,\Delta_i^c)\right\}$$

e

$$M_i^{\mu,\overline{\Delta}}(a,\Delta_i^c)-\overline{M}_i^{\mu}=\frac{\mu_i.\left(1-I(\Delta_i^c)\right)}{2}-\varepsilon(a,\overline{\Delta}^c,\Delta_i^c)$$

Visto que $\varepsilon(a,\overline{\Delta}^c,\Delta_i^c)>0$ para todo Δ_i^c's e $\overline{\Delta}^c=\underset{\Delta_i^c}{\operatorname{argmin}}\left\{\varepsilon(a,\overline{\Delta}^c,\Delta_i^c)\right\}$, concluímos que das expressões acima que o lucro máximo é globalmente atingido pelo lojista *i* com diferencial $\overline{\Delta}^c$ sobre um preço base $\overline{p}_i^{r,\mu}$, o que conclui a demonstração do Teorema 3.

Note que o resultado acima tem como caso particular, o caso em que não existem custo de menu. Portanto, a demonstração de existência de equilíbrio global do Teorema 1 pode ser concluída utilizando os resultados acima quando assumimos $\mu_1=\mu_2=0$.

A seguir, utilizamos a expressão acima para provar a Proposição 2 e para calcular os lucros nas Figuras 5 e 6. Particularmente, podemos utilizar a mesma expressão acima para obter as variações nas participações de mercado e nas margens quando $\mu_i>\mu_j>0$ e o lojista *i* decide praticar o preço único, respectivamente,

$$s_i^{\mu,\bar{\Delta}}(a,0)-\bar{s}_i^{\mu}=-\frac{\beta_i}{2} \qquad \text{e} \qquad M_i^{\mu,\bar{\Delta}}(a,0)-\overline{M}_i^{\mu}=-t.\beta_i$$

onde, sob nossas hipóteses, temos $0<\beta_i:=\frac{1}{t}.\left(\varepsilon(a)-\frac{\mu_i}{2}\right)<\frac{\varepsilon(a)}{t}<1$. Portanto, podemos concluir que a variação no lucro é dada por

$$\pi_i^{\mu,\bar{\Delta}}(a,0)-\bar{\pi}_i^{\mu}=-\frac{t}{2}.\beta_i.\left[2.(1-\alpha)-\beta_i\right]$$

que é negativa, pois, como por hipóteses $0\leq\alpha:=\frac{(\mu_i-\mu_j)}{3.t}<1$ e $\mu_i\geq\mu_j>0$, temos que $0<\alpha+\beta_i=\frac{1}{t}.\left(\varepsilon(a)-\frac{\mu_i}{6}-\frac{\mu_j}{3}\right)<\frac{\varepsilon(a)}{t}<1$. Por outro lado, no caso do lojista *j*, aquele com menor custo de menu, decidir se desviar unilateralmente teremos que a variação no seu lucro

$$\pi_j^{\mu,\bar{\Delta}}(a,0)-\bar{\pi}_j^{\mu}=-\frac{t}{2}.\beta_j.\left[2.(1+\alpha)-\beta_j\right]$$

é negativa pois $0\leq\alpha<1$ e $0<\beta_j<1$.

Utilizando a mesma técnica, podemos calcular as variações das participações de mercado e das margens quando o lojista *i* se desvia do preço único de equilíbrio $\bar{p}$ sob a regra de não-sobrepreço, as quais, respectivamente, são dadas por

$$s_i^{\mu,0}(a,\Delta_i^c)-\bar{s}_i^{\bar{p}}=\frac{1}{2t}\left\{\varepsilon(a,\Delta_i^c,0)-\frac{\mu_i.I(\Delta_i^c)}{2}\right\}$$

e

$$M_i^{\mu,0}(a,\Delta_i^c)-\overline{M}_i^{\bar{p}}=\varepsilon(a,\Delta_i^c,0)-\frac{\mu_i.I(\Delta_i^c)}{2}$$

Neste ponto, visto que $\overline{\Delta}^c = \underset{\Delta_i^c}{\operatorname{argmax}} \left\{ \varepsilon(a, \Delta_i^c, 0) \right\}$, obtemos variações positivas na participação de mercado e na margem, as quais, respectivamente, são dadas por

$$s_i^{\mu,0}(a, \overline{\Delta}^c) - \overline{s}_i^{\,\overline{p}} = \frac{\beta_i}{2} > 0 \quad \text{e} \quad M_i^{\mu,0}(a, \overline{\Delta}^c) - \overline{M}_i^{\,\overline{p}} = t.\beta_i > 0$$

e, consequentemente, variações positivas no lucro

$$\pi_i^{\mu,0}(a, \overline{\Delta}^c) - \overline{\pi}_i^{\,\overline{p}} = \frac{t}{2}.\beta_i.(2 + \beta_i) > 0$$

Utilizando as expressões acima, podemos calcular as variações nos lucros da Figura 6. Assim como, assumindo $\mu_1 = \mu_2$, demonstrar a Proposição 2 e calcular todos os lucros apresentado na Figura 5.

Demonstração do Corolário 3:

Denotando por $\overline{U}_i^{\,\overline{p}}$ e $\overline{U}_i^{\,\mu}$ a utilidade dos consumidores que escolhem o lojista *i*, respectivamente, no equilíbrio de preço único sob a regra de não-sobrepreço e no preços diferenciados de equilíbrio com custos de menu. Para comparar ambos cenários, calculamos a variação nas utilidades

$$\overline{U}_i^{\,\mu} - \overline{U}_i^{\,\overline{p}} = 2.\varepsilon(a) - \frac{2\mu_i + \mu_j}{3}$$

Analogamente, para os consumidores que escolhem o lojista *j*. A diferença entre as utilidades dos consumidores no equilíbrio com preços diferenciados refletem as diferenças nos preços, a qual é dada por $\overline{U}_j^{\,\mu} - \overline{U}_i^{\,\mu} = \dfrac{\mu_i - \mu_j}{3}$.

Visto que as participações de mercado são diferentes dependendo do equilíbrio, a variação da utilidade agregada é dada por

$$\overline{U}^{\mu} - \overline{U}^{\bar{p}} = \left[\frac{(1-\alpha)}{2} \overline{U}_i^{\mu} + \frac{(1+\alpha)}{2} \overline{U}_j^{\mu} \right] - \left[\frac{1}{2} \overline{U}_i^{\bar{p}} + \frac{1}{2} \overline{U}_j^{\bar{p}} \right]$$

Podemos rescrever a variação na utilidade agregada como

$$\overline{U}^{\mu} - \overline{U}^{\bar{p}} = t.\left[\beta_i + \beta_j + \frac{\alpha^2}{2} \right]$$

onde $\alpha := \frac{(\mu_i - \mu_j)}{3.t} > 0$ e $\beta_i := \frac{1}{t}.\left(\varepsilon(a) - \frac{\mu_i}{2} \right) > 0$. Portanto, concluímos que utilidade aumenta.

No entanto, para concluir a análise do bem-estar do consumidor, precisamos calcular a variação no custo agregado de deslocamento

$$t.\left(\int_0^{(1-\alpha)/2} s.ds + \int_{(1-\alpha)/2}^{1} (1-s).ds \right) - t.\left(\int_0^{1/2} s.ds + \int_{1/2}^{1} (1-s).ds \right)$$

a qual é igual a $t.\frac{\alpha^2}{4}$.

Finalmente, se subtrairmos a variação do custo de deslocamento da variação da utilidade, obtém-se a variação no bem-estar do consumidor $t.\left[\beta_i + \beta_j + \frac{\alpha^2}{4} \right]$, que é, também, positiva.

A seguir analisamos o bem-estar dos lojistas. Calculamos a variação no lucro, dada por

$$\left[\frac{t}{2}.(1-\alpha)^2 + \frac{t}{2}.(1+\alpha)^2 \right] - t$$

que é igual a $t.\alpha^2$. Portanto, ocorre um aumento no lucro se os custos de menu dos lojistas forem diferentes.

Particularmente, assumindo que os lojistas possuem o mesmo custo de menu, podemos definir $\mu := \mu_i = \mu_j$ e $\beta := \beta_i = \beta_j$. Nesse caso, nota-se que somando a variação do bem-estar agregado do consumidor (utilidade menos custo de deslocamento) e o dos lojistas (lucros) calculados acima, obtemos que o ganho de bem-estar total de consumidores e lojistas com a diferenciação é dado por $t.[2.\beta] = 2.\varepsilon(a) - \mu$.