

INTRODUÇÃO À ECONOMETRIA

Análise de Regressão Múltipla

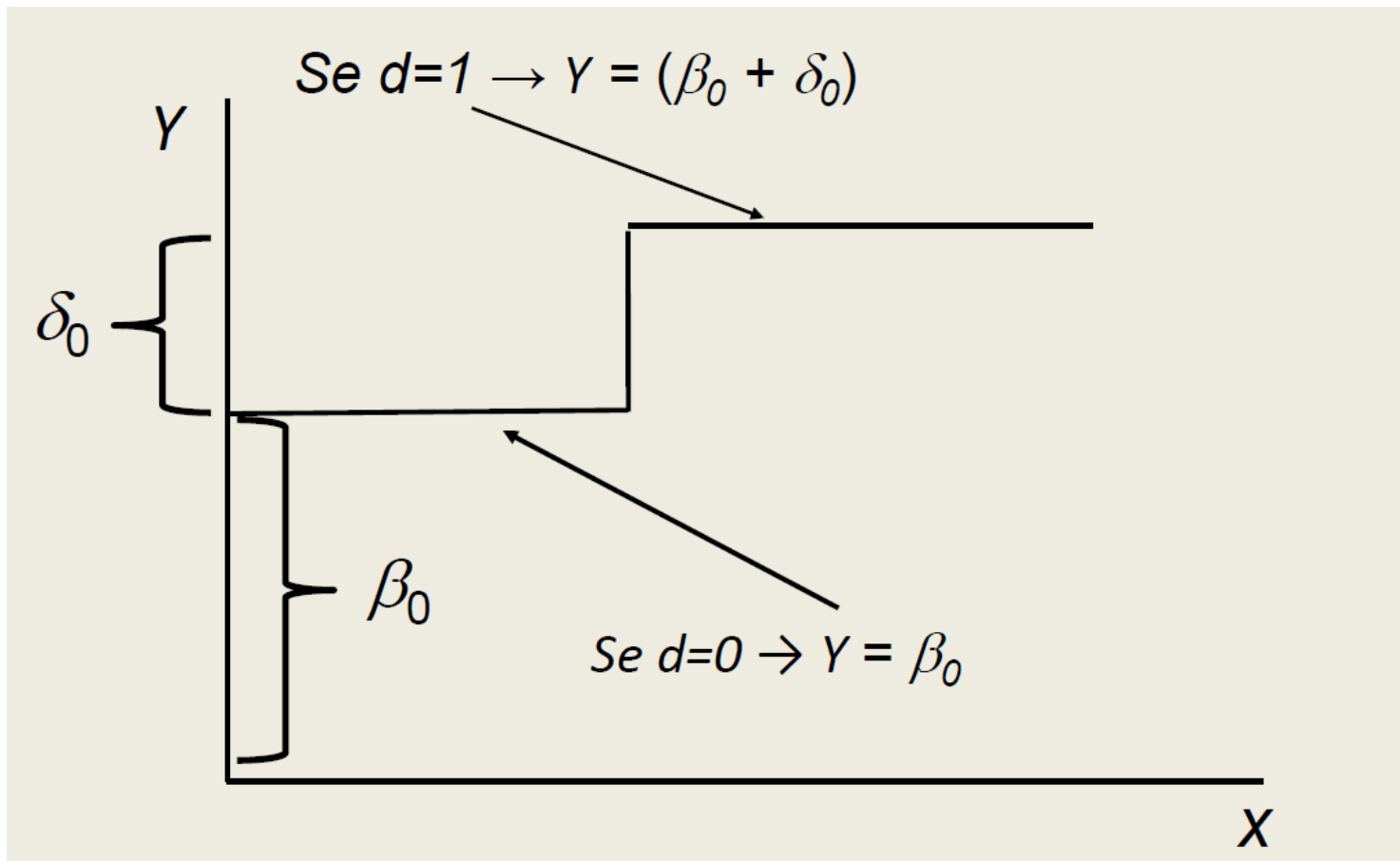
Aula 9

Escola Nacional de Administração Pública

Variável Binária –
Dependente

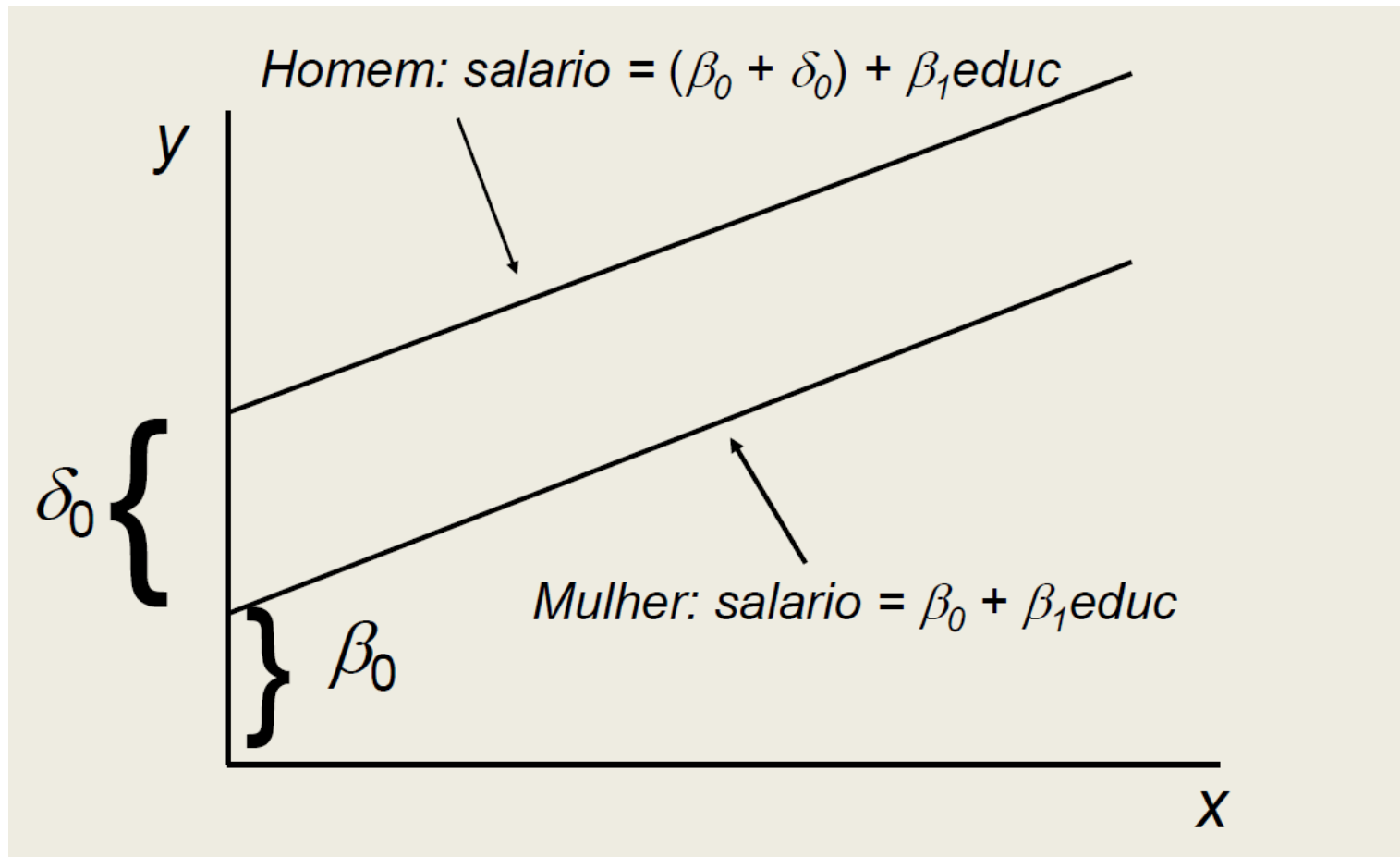
Variável Binária – Revisão

Regressão Simples



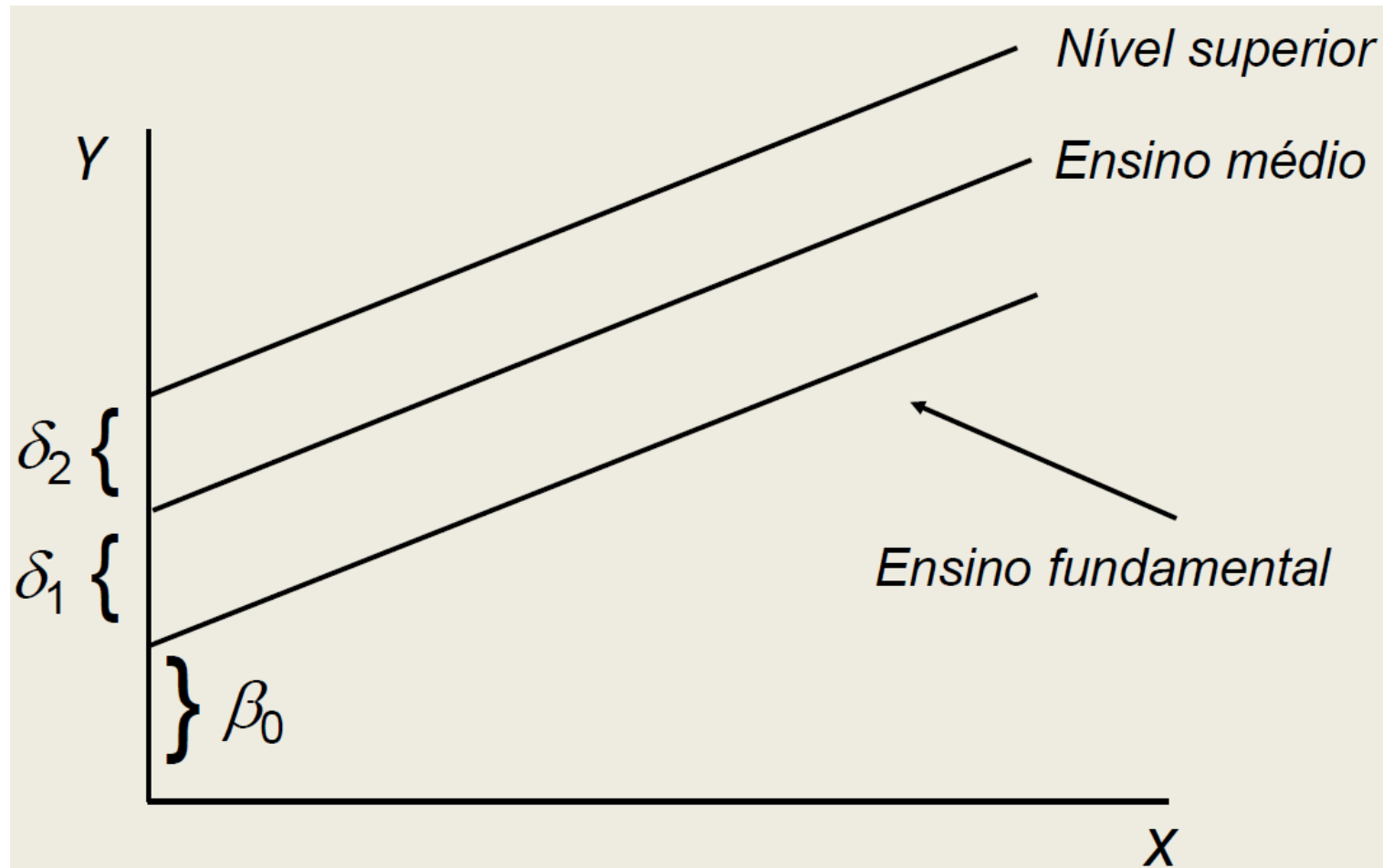
Variável Binária – Revisão

Regressão Múltipla



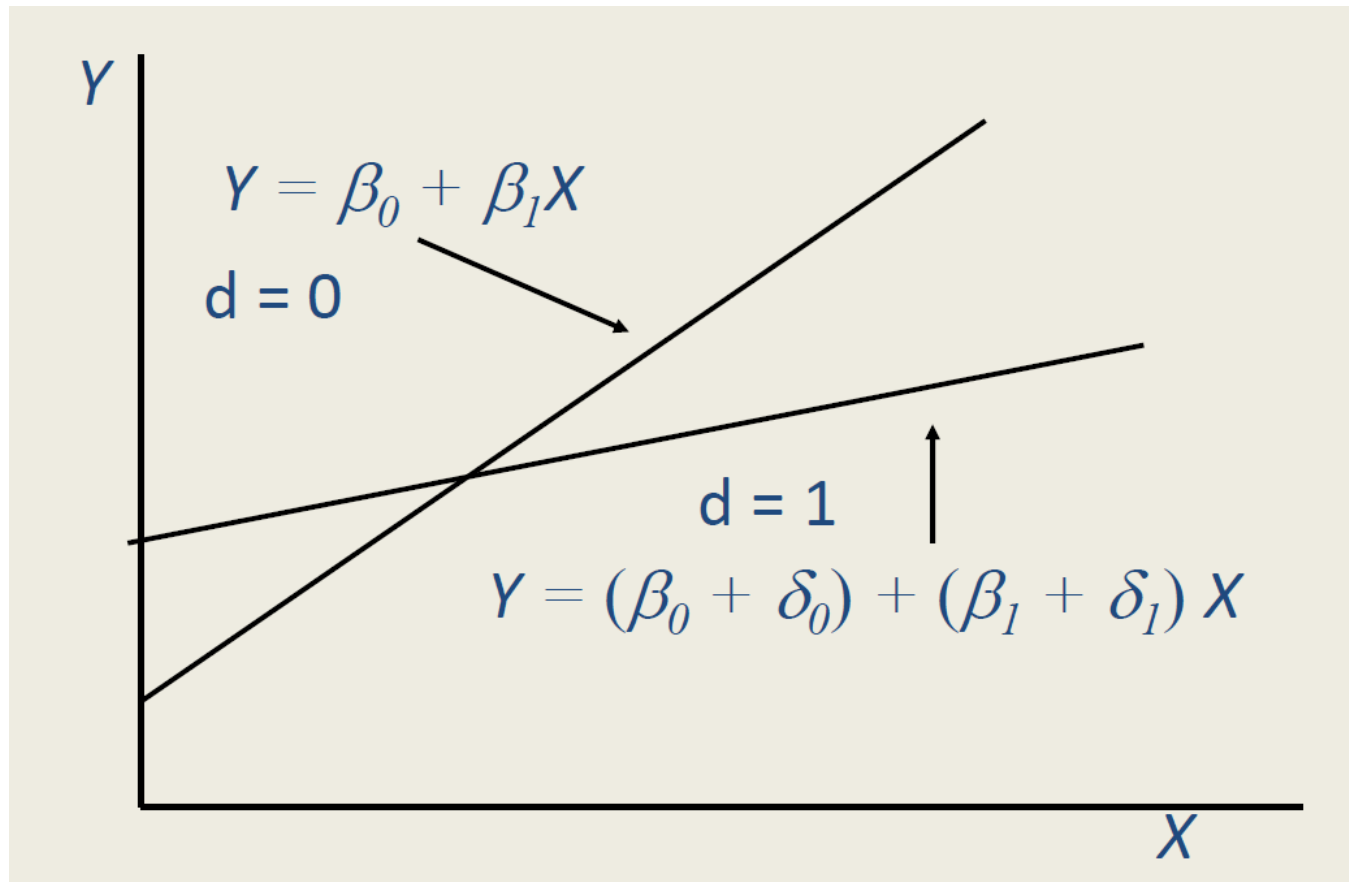
Variável Binária – Revisão

Várias dummies



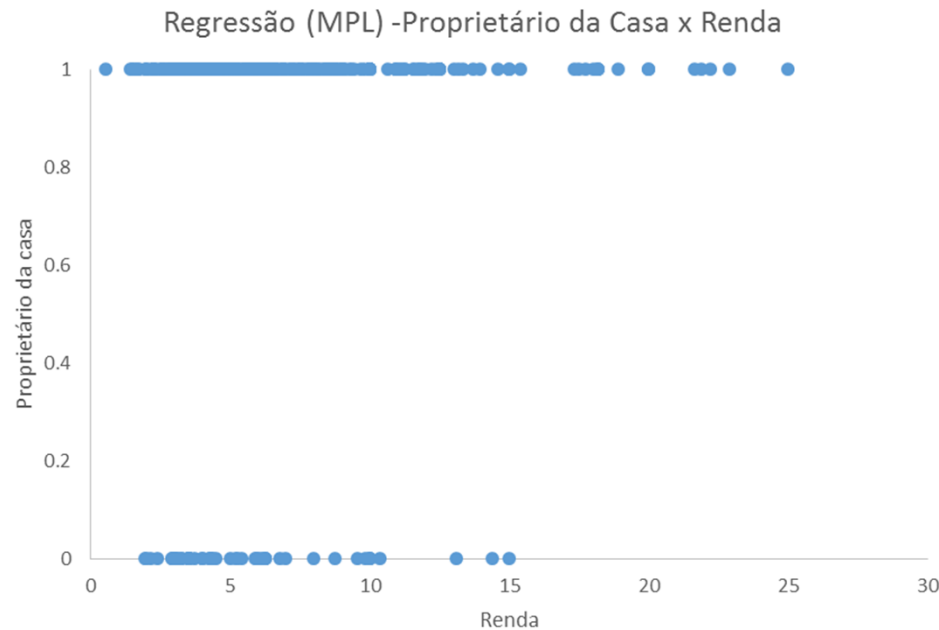
Variável Binária – Revisão

Efeitos da Interação



Variável Binária

Modelo de Probabilidade Linear

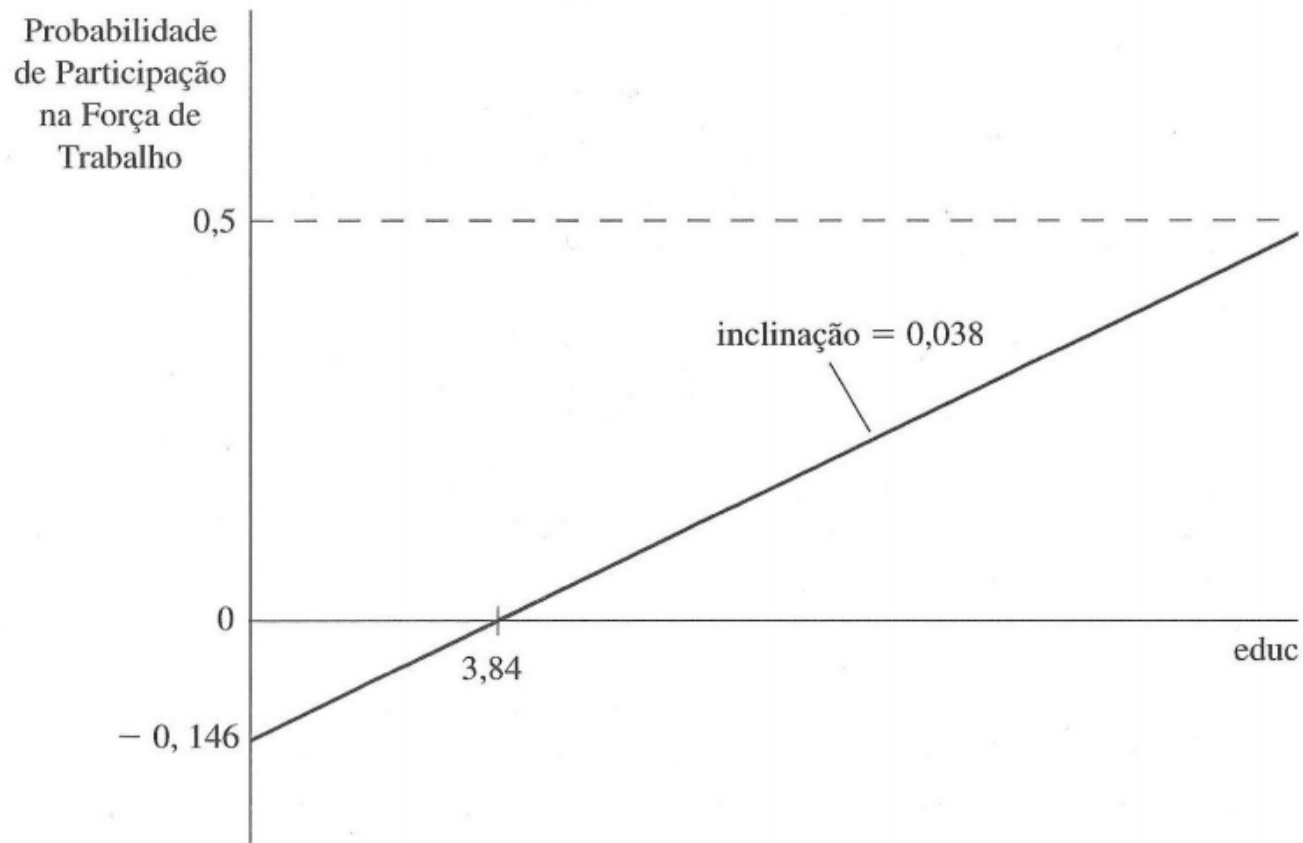


$$\text{Proprietário da casa}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Renda familiar}_i$$

$$\text{pr}(\text{Proprietário da casa}_i = 1 | \text{Renda familiar}_i)$$

Variável Binária

Modelo de Probabilidade Linear



Variável Binária

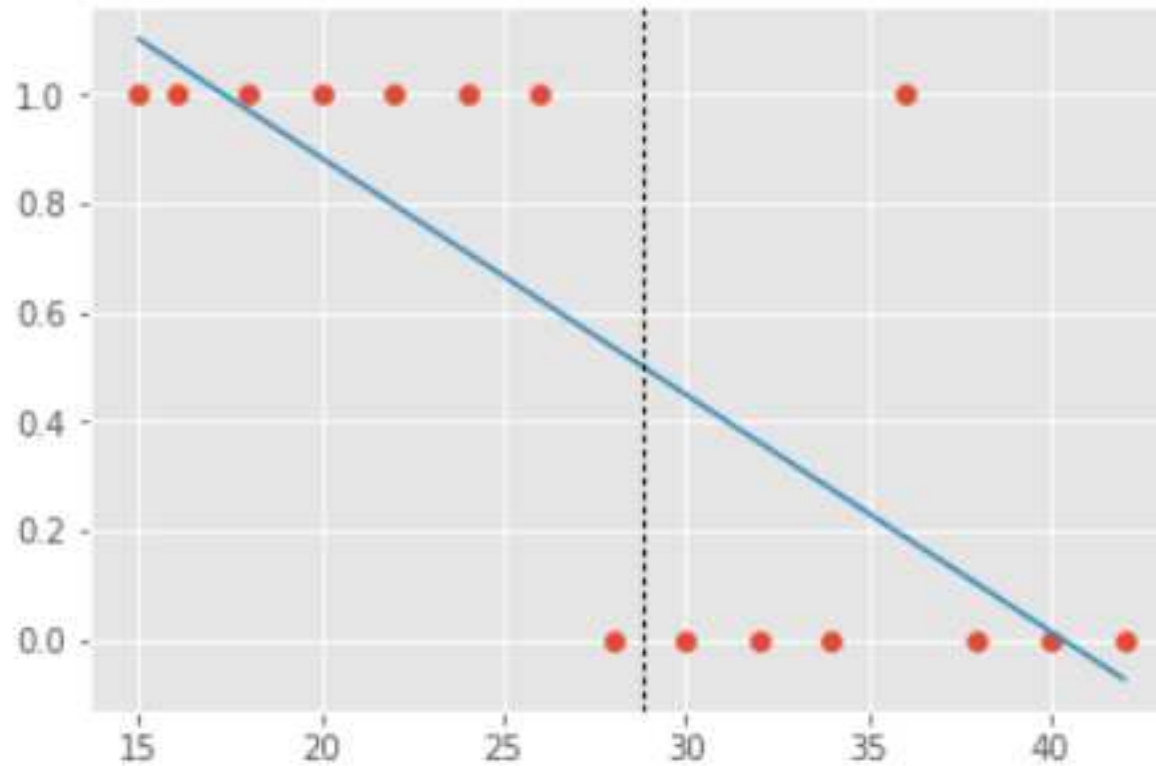
Modelo de Probabilidade Linear

Problemas com o MPL

- Resíduos não tem distribuição Normal (binomial) – há problema da inferência;
- Pode assumir valores negativos. Isso faz sentido?
 - Não satisfação de $0 \leq pr(Y_i | X_i) \leq 1$
- Heterocedasticidade;

Variável Binária

MPL (problemas)



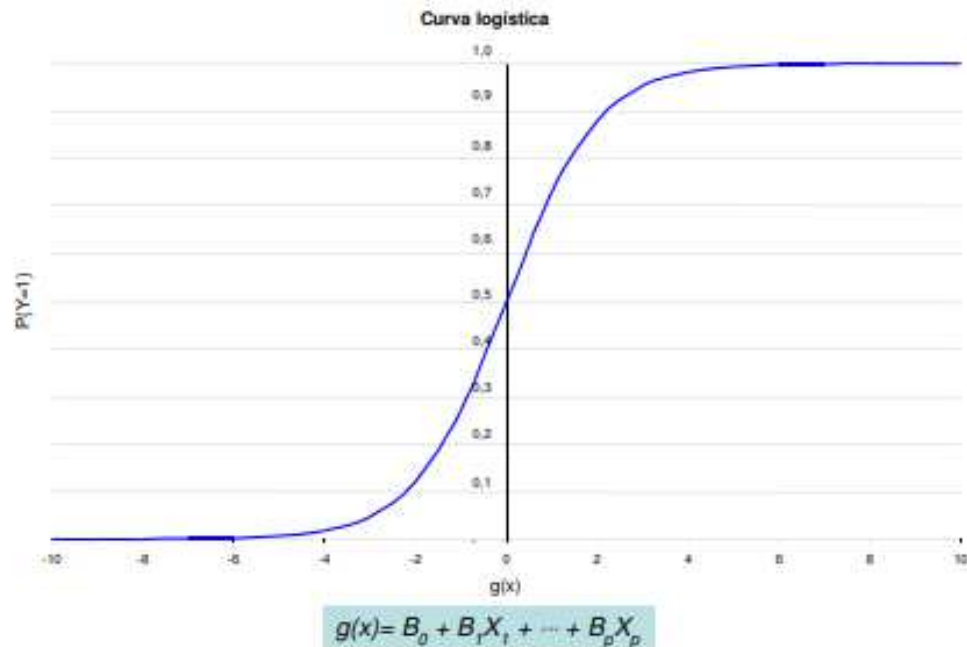
Variável Binária

Probit

- Emerge de uma função normal acumulada;
- Embora linear nos parâmetros, a variável independente não é linear;
- A variável dependente está limitada $[0,1]$;

Variável Binária

Probit



$$P(Y = 1) = \frac{1}{1 + e^{-g(x)}}$$

$g(x) \rightarrow +\infty$, então $P(Y = 1) \rightarrow 1$

$g(x) \rightarrow -\infty$, então $P(Y = 1) \rightarrow 0$

Variável Binária

Exemplo de MPL e Probit

Equação MPL

- `eua<-read.csv("EUA.csv",sep=";", dec=".", head=TRUE)`
- `summary(eua)`
- `reg_recss=lm(eua$recessao~eua$juro_real+eua$Prod_industrial)`
- `summary(reg_recss)`

O que significam os coeficientes?

Variável Binária

Exemplo de MPL e Probit

Equação PROBIT

- `install.packages("aod")`
- `require(aod)`
- `probit <- glm(eua$recessao ~ eua$Prod_industrial + eua$juro_real, family = binomial(link = "probit"), data=eua)`
- `summary(probit)`
- `confint(probit)`

INTRODUÇÃO – SÉRIES DE TEMPO

Algumas séries

- A série é estacionária ou há tendência?
- A variável é estocástica ou determinística?
 - Raramente as séries são puramente determinística, mas normalmente há parte estocástica e determinística

Série estacionária

- Estocástica

- $x_t = \mu + \beta x_{t-1} + u_t$, onde $\beta < 1$

- `w = rnorm(550,0,1)` #criando 550 observações normais $N(0,1)$;

- `plot(w,type="l")`

- $x_t = 5 + 0.3 x_{t-1} + u_t$

- `x1 = filter(w, filter=c(0.3), method="recursive")[-(1:50)]+5`

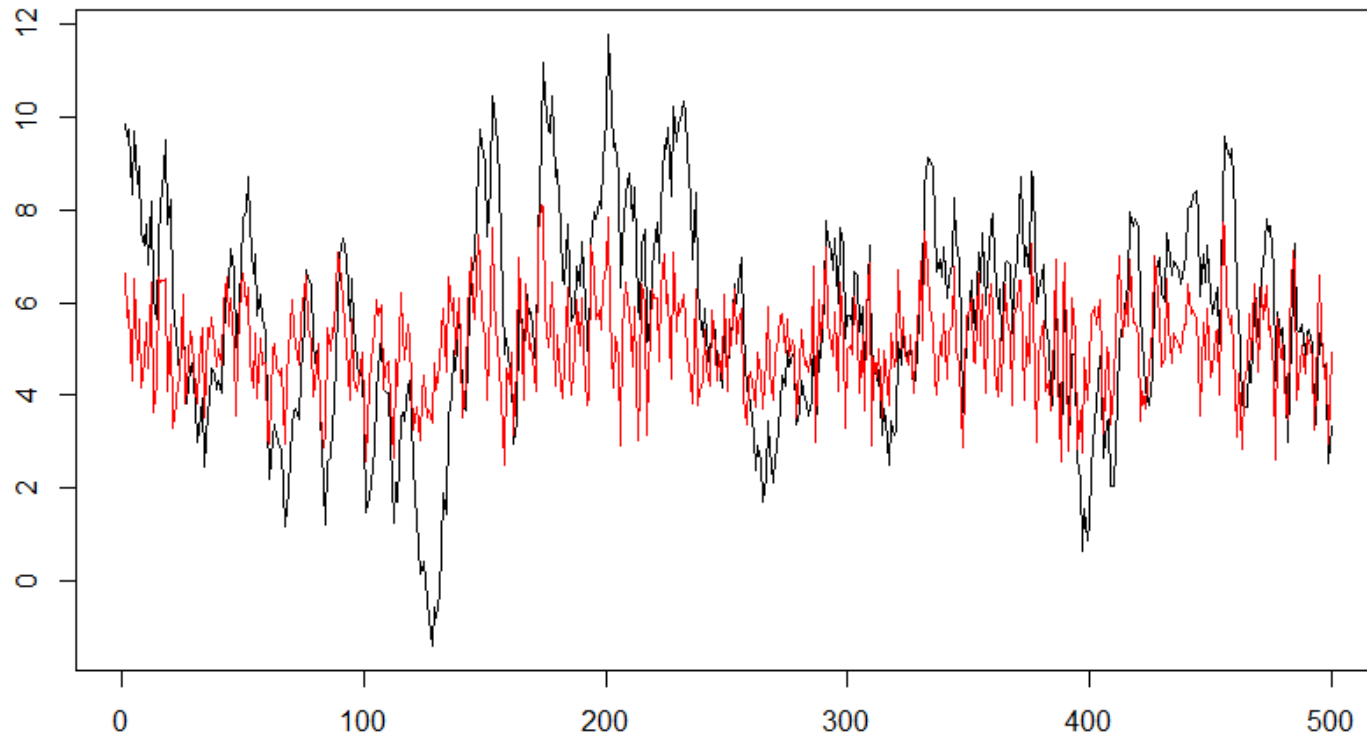
- $x_t = 5 + 0.9 x_{t-1} + u_t$

- `x2 = filter(w, filter=c(0.9), method="recursive")[-(1:50)]+5`

- `plot(x2,type="l")`

- `points(x1,type="l",col="red")`

Série estacionária



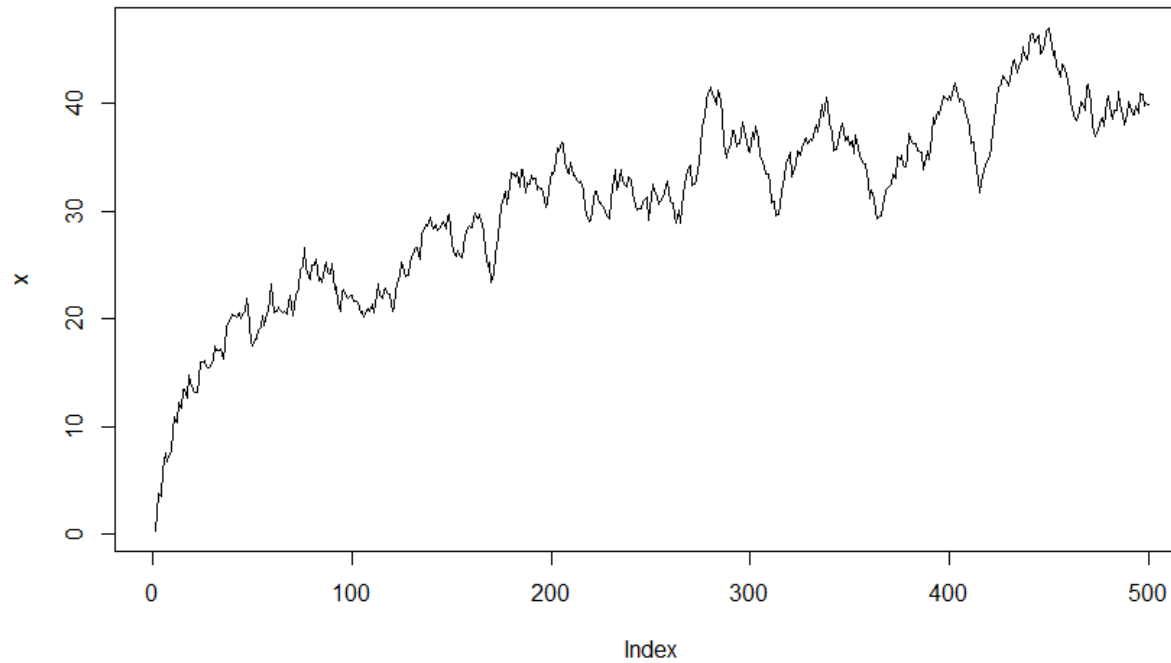
- Maior persistência da série preta - volatilidade

Passeio Aleatório

- $x_t = x_{t-1} + u_t$
- Recursivamente:
 - $x_t = x_{t-2} + u_t + u_{t-1}$
 - $x_t = x_0 + \sum_{i=1}^t u_j$
- Longa memória – impacto dos resíduos passados tem forte relação com o valor de hoje
- Criando um passeio aleatório
 - `x = filter(w, filter=c(1), method="recursive")[-(1:50)]`

Passeio Aleatório

- `plot(x,type="l")`

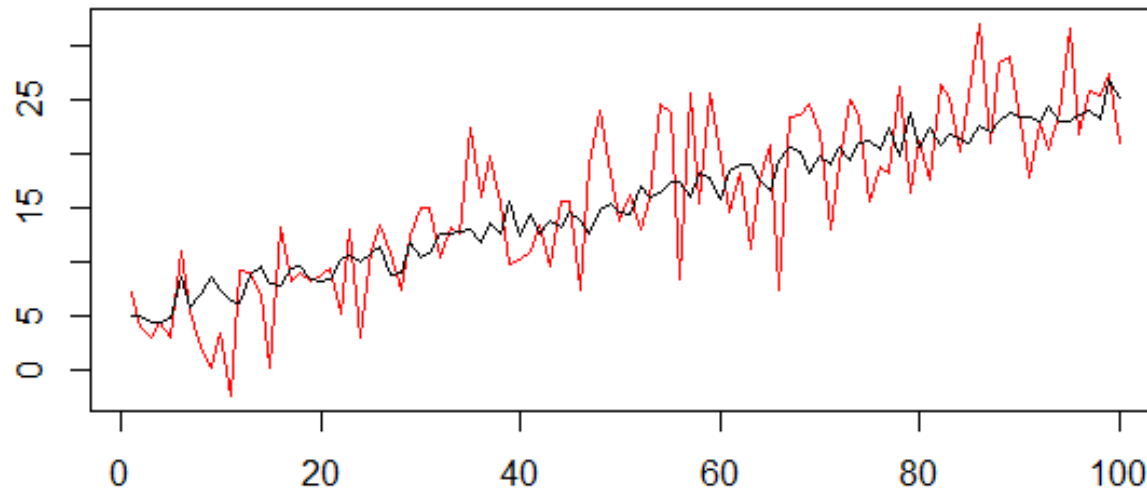


Série com tendência determinística

- $x_t = \mu + \delta t + u_t$
- $x_t = 5 + 0.2t + u_t$
- Variância menor de $u \sim N(0,1)$ #fazer um script
 - `u1= rnorm(100,0,1)`
 - `t<-1:100`
 - `y1<-5+0.2*t+u1`
- Variância maior de $u \sim N(0,1)$
 - `u2= rnorm(100,0,4)`
 - `y2<-5+0.2*t+u2`

Série com tendência determinística

- Apresentar o gráfico
 - `plot(y2,type="l",col="red")`
 - `points(y1,type="l")`



Série com tendência estocástica

- $x_t = \mu + x_{t-1} + u_t$

- **Recursivamente:**

- $x_t = 2\mu + x_{t-2} + u_t + u_{t-1}$

- $x_t = t\mu + x_0 + \sum_{i=1}^t u_j$

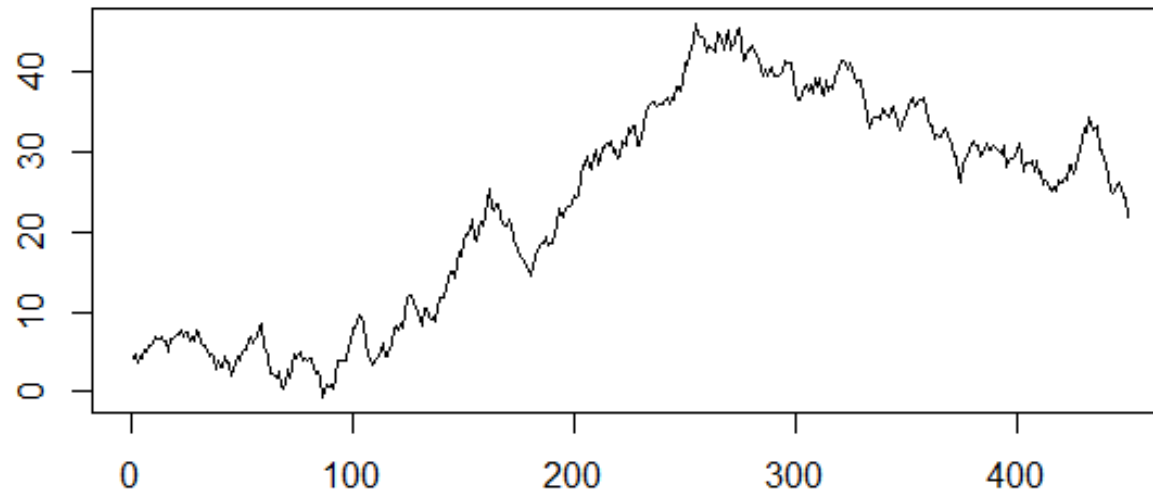
- $x_t = 5 + x_{t-1} + u_t$

- `u = rnorm(500,0,1)`

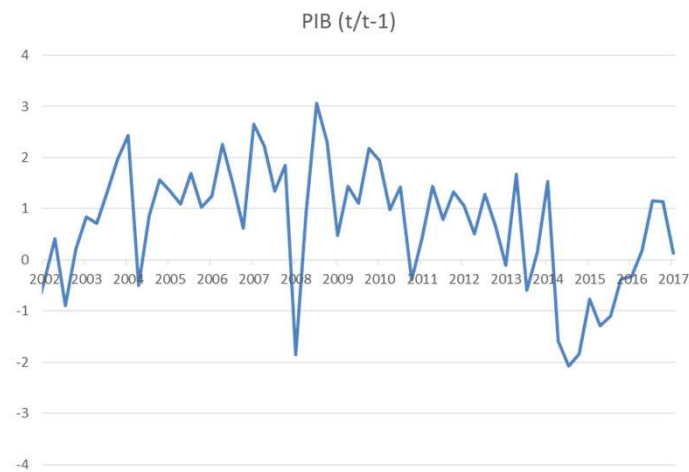
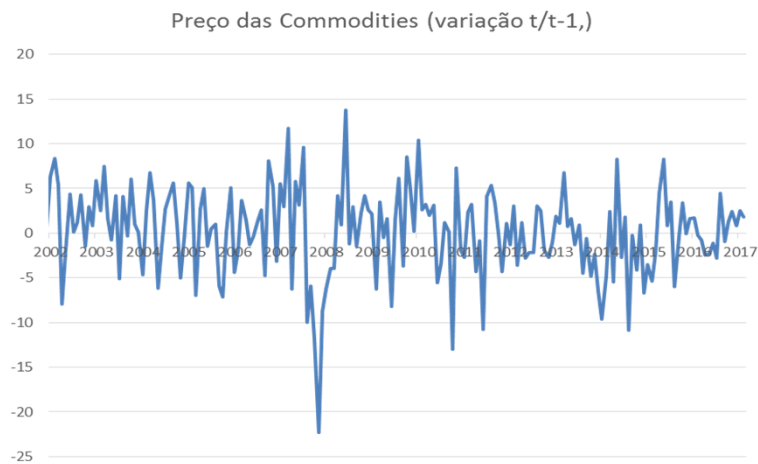
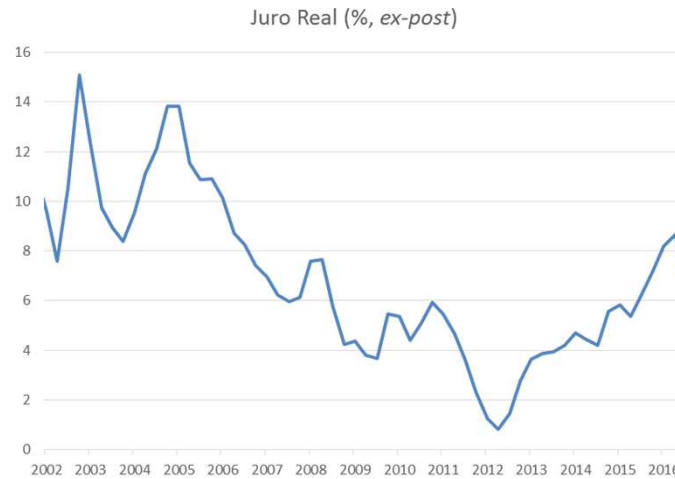
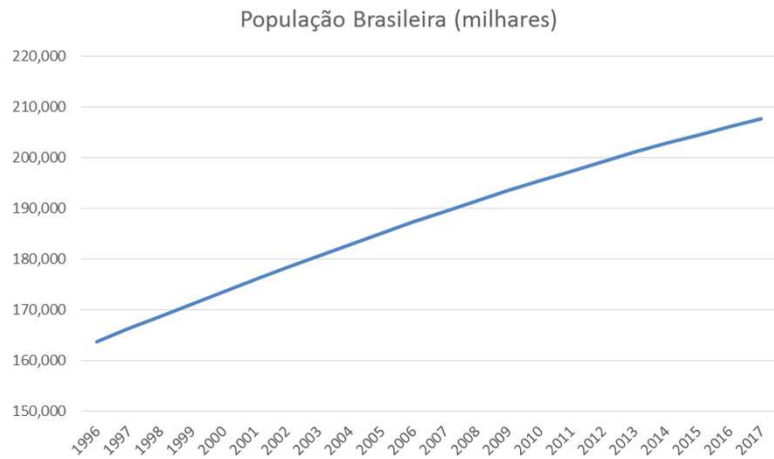
- `x = filter(u, filter=c(1), method="recursive")[-(1:50)]+5`

Série com tendência estocástica

- `plot(x,type="l")`



COMO CLASSIFICARIA AS SÉRIES ABAIXO?



Alguns conceitos básicos

1. Autocovariância;

2. Estacionariedade;

3. Ruído branco;

4. Processo de médias móveis (MA);

5. Processo autoregressivo (AR);

Autocovariância e autocorrelação

- Autocovariância

- $\gamma_k = E(Y_t - \mu_t)(Y_{t-k} - \mu_{t-k}) = \text{cov}(Y_t, Y_{t-k})$

- Autocorrelação

- $\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$

- Matriz de covariância (dividido pelo desvio padrão – autocorrelação):

$$\Sigma_{XX} = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(p-1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(1) & \dots & \rho(p-2) \\ \rho(2) & \rho(1) & 1 & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots & \rho(1) \\ \rho(p-1) & & & \rho(1) & 1 \end{bmatrix}$$

- Pressupõe estacionariedade

Estacionaridade

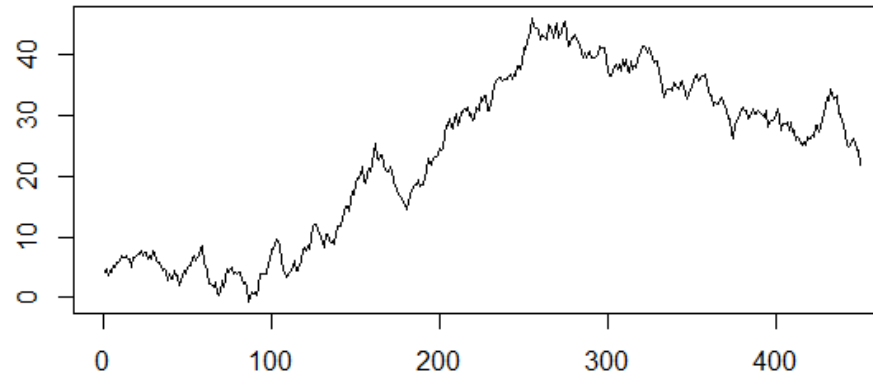
- Propriedades estatísticas são invariantes no tempo
- Média finita e constante
 - $E(Y_t) = \mu$ para todo t
- Variância finita
 - $E(Y_t)^2 < \infty$
- Autocovariância
 - $E(Y_t - \mu)(Y_{t-j} - \mu) = \gamma_j$ para todo t e j
- Ambos independem de t e são finitos – fracamente estacionário;
- Descrição de fracamente estacionário x estritamente estacionário
 - Estrictamente estacionário: as funções de distribuição da série com mesmo tamanho de intervalo temporal terão propriedades estatísticas similares.
 - Para todo j , A função $(Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_n})$ é semelhante a função $(Y_{t_1-j}, Y_{t_2-j}, \dots, Y_{t_n-j})$

Por que não é estacionário?

- Ruído Branco

$$x_t = t\mu + x_0 + \sum_{i=1}^t u_j$$

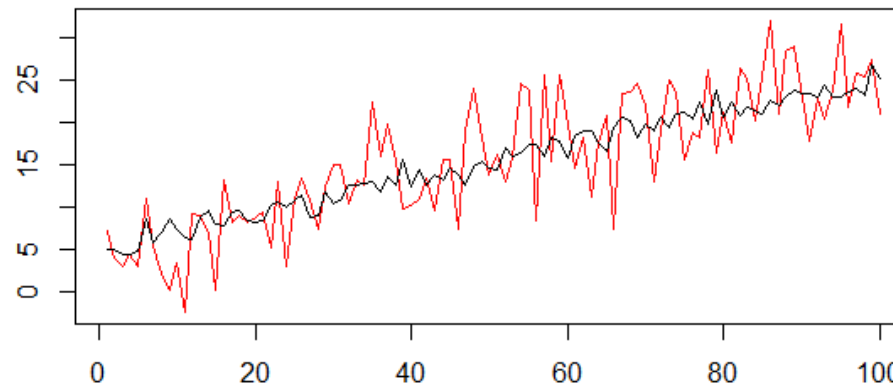
- Média e variância
- Solução?



- Tendência

$$x_t = \mu + \delta t + u_t$$

- Média depende do tempo
- Solução?



Ruído branco

- Média zero, variância constante e finita, não há autocorrelação
- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2$
- $E(\varepsilon_t \varepsilon_k) = 0$ para todo t diferente de k

Estimar um modelo ARMA

- Para estimar uma série temporal, é necessário que o processo seja:
 - Estocástico;
 - Estacionário;

Médias Móveis – MA(1)

- Considere o seguinte processo estocástico:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$$

onde ε_t é um ruído

branco $\sim N(0, \sigma^2)$;

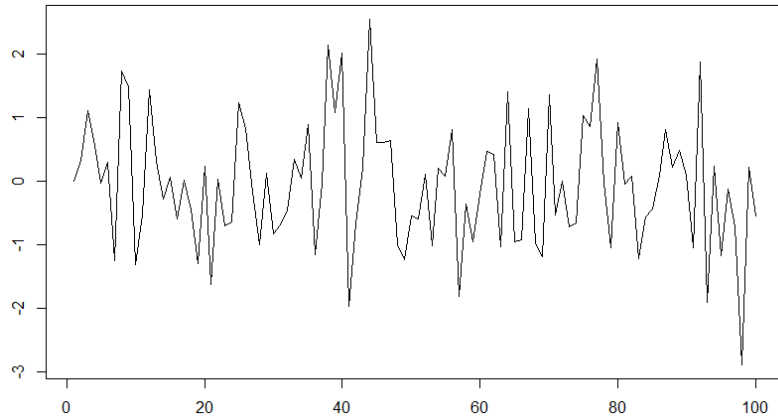
- Média móvel mais geral do que normalmente escutamos:
 - Exemplo: média móvel de 3 meses da produção industrial.
 - Pesos não são necessariamente idênticos.
- Processo é estacionário?
 - Média:
 - $E(y_t) = \mu + E(\varepsilon_t) + \theta E(\varepsilon_{t-1}) = \mu$

Médias Móveis – MA(1)

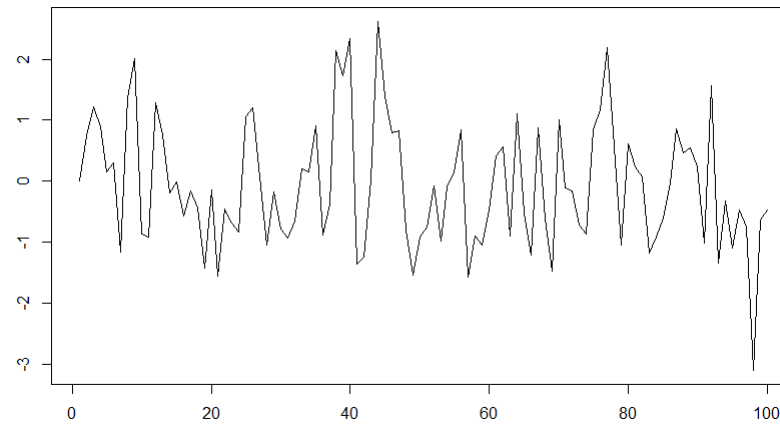
- Criar um script no R
- Digitar as seguintes linhas:
 - `y<- e <- rnorm(100,0,1)`
 - `for (t in 2:100) y[t] <- e[t]+0.3*e[t-1]`
 - `plot(y,type= "l")`
- Colocar a primeira linha como comentário “#” para usar diferentes coeficientes, mas com a mesma amostra aleatória.
- Salvar os valores: `y_ma1_0_3=y`
`y_ma1_0_9=y`

Médias Móveis – MA(1)

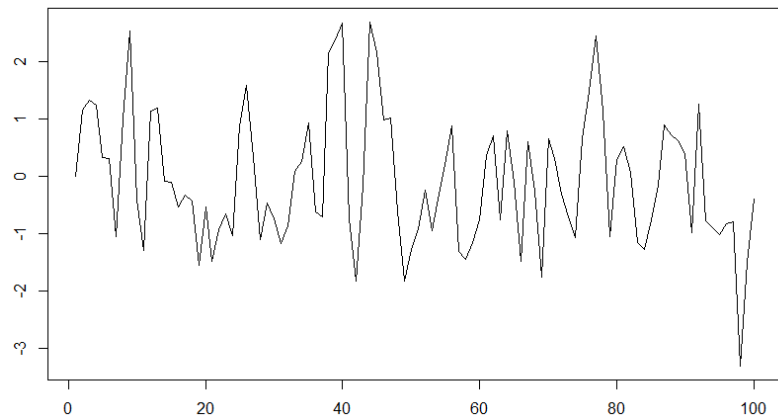
$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$



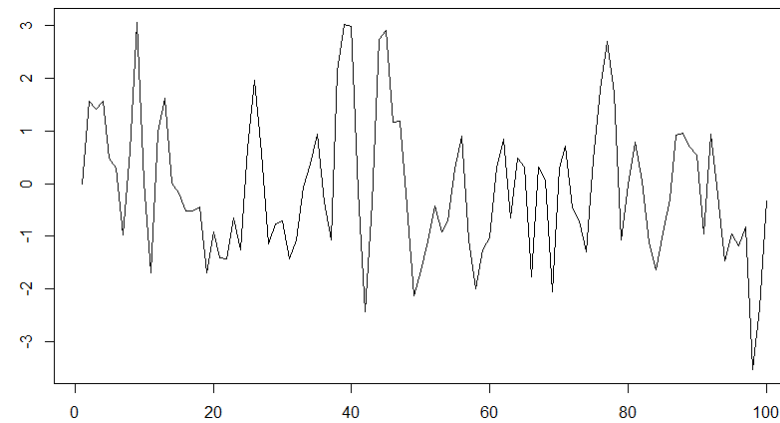
$$y_t = \mu + \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-1}$$



$$y_t = \mu + \varepsilon_t + 0.6\varepsilon_{t-1}$$



$$y_t = \mu + \varepsilon_t + 0.9\varepsilon_{t-1}$$



Médias Móveis – MA(1)

- Séries ficaram mais persistentes com a elevação do coeficiente do MA(1)
- Variância também aumenta:
 - A escala dos gráficos aumenta com o coeficiente do MA(1)
 - $= \sigma^2(1 + \theta^2)$
- Autocorrelação aumenta com o valor maior de θ

Exemplos de MA(2)

- MA(2)

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)\sigma^2$$

$$\gamma_1 = (\theta_1 + \theta_1\theta_2)\sigma^2$$

$$\gamma_2 = (\theta_2)\sigma^2$$

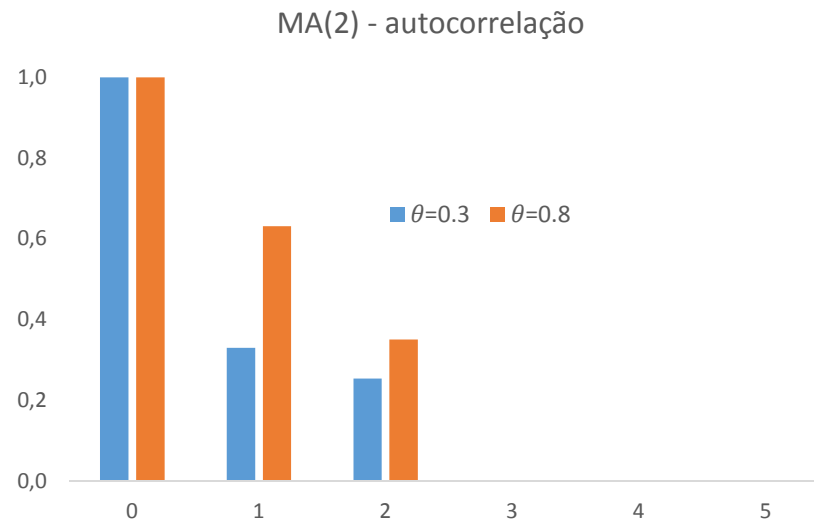
$$\gamma_j = 0, \text{ para } j > 2$$

- Autocorrelação é dividir por γ_0

- **Importante!!!**

$$\rho_j = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ \frac{\theta_1 + \theta_1\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2}, & j = 1 \\ \frac{\theta_2}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2}, & j = 2 \\ 0, & j > 2. \end{cases}$$

é determinada pelo

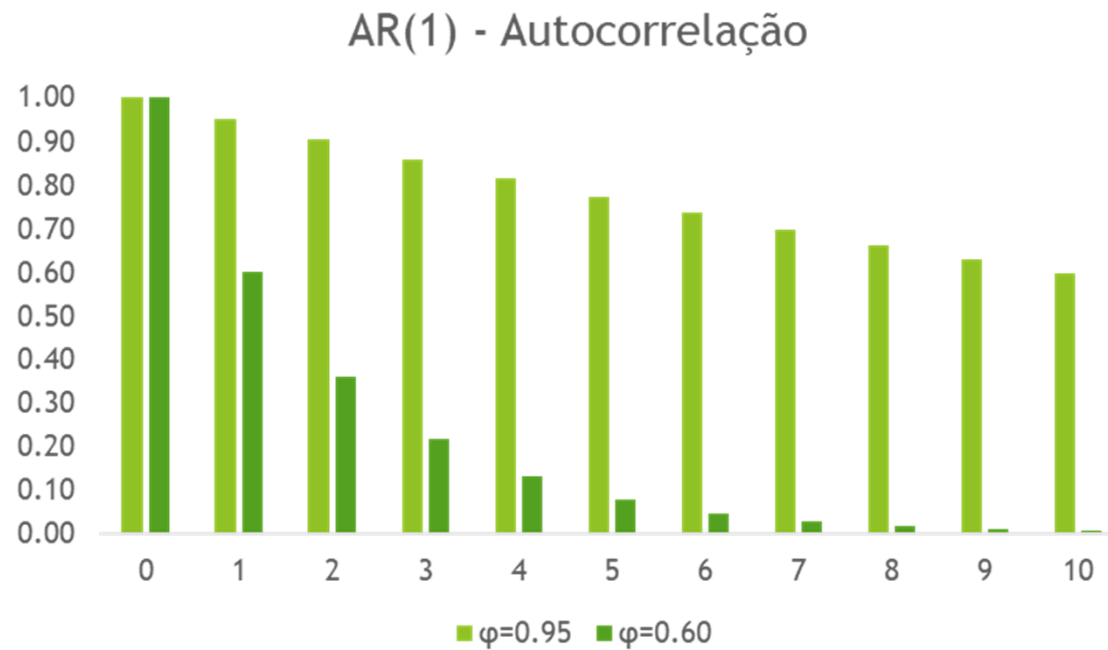


Autorregressivo – AR(1)

- Considere o seguinte processo estocástico:

$$y_t = c + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{onde } \varepsilon_t \text{ é um ruído branco } \sim N(0, \sigma^2) \text{ e } |\varphi| < 1;$$

Autocorrelação - AR(1)

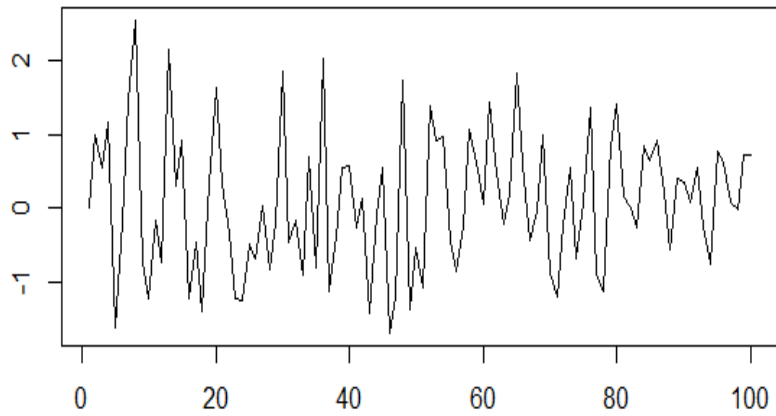


Autorregressivo AR(1)

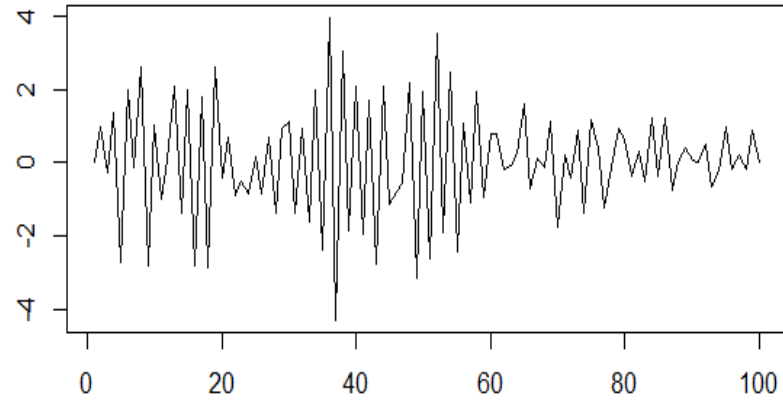
- Criar um script no R
- Digitar as seguintes linhas:
 - `y<- e <- rnorm(100,0,1)`
 - `y[0]=0`
 - `y[1]=0`
 - `for (t in 2:100) y[t] <- e[t]+0.1*y[t-1]`
 - `plot(y,type= "l")`
- Colocar a primeira linha como comentário “#” para usar diferentes coeficientes, mas com a mesma amostra aleatória.
- Salvar os valores: `y_ar1_0_4=y`
`y_ar1_0_8=y`

Autorregressivo AR(1)

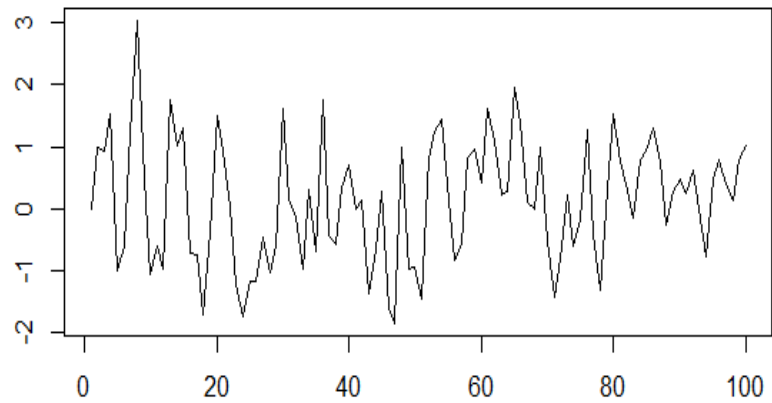
$$y_t = \mu + \varepsilon_t$$



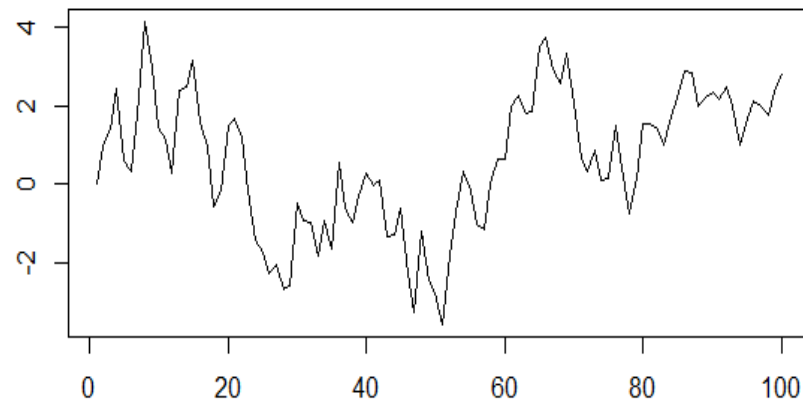
$$y_t = \mu + \varepsilon_t - 0.8y_{t-1}$$



$$y_t = \mu + \varepsilon_t + 0.4y_{t-1}$$



$$y_t = \mu + \varepsilon_t + 0.8y_{t-1}$$



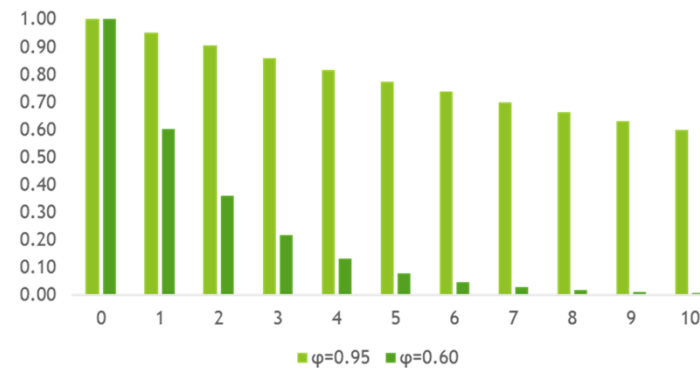
Autorregressivo AR(1)

- Séries ficaram mais persistentes com a elevação do coeficiente do AR(1)
 - Coeficiente negativo têm maior influência das mudanças.
 - Dos dois gráfico à direita, tem-se a impressão de maior volatilidade do gráfico superior, no entanto, a volatilidade das séries é a mesma.
- Variância também aumenta:
 - A escala dos gráficos aumenta com o coeficiente do AR(1) – valor absoluto
- Autocorrelação aumenta com o valor maior de φ
 - O decaimento é lento quando o valor $|\varphi|$ é próximo de 1
 - Todo AR tem um decaimento infinito, pois é pode ser representado por um MA(∞)

Autocorrelação – Não se esqueça!

- MA – ela interrompe na última defasagem do MA;
- AR – declinante com as defasagens;
- Maior o coeficiente, mais lento o declínio da autocorrelação;
- Variância aumento com o coeficiente.

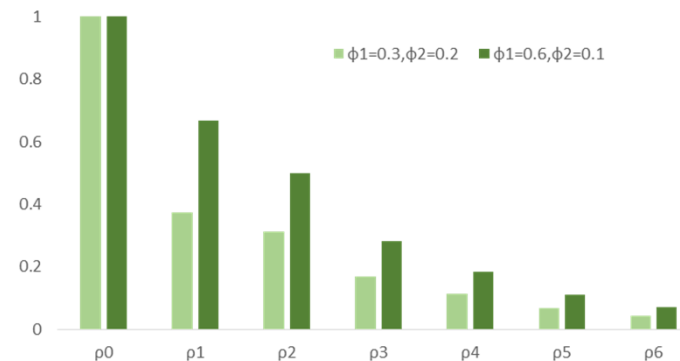
AR(1) - Autocorrelação



MA(2) - autocorrelação



Autocorrelação - AR(2)



EXERCÍCIO

Séries de tempo

Exercício

1. Estime a regressão de recessão nos EUA usando a taxa de inflação
2. Crie uma série estacionária e outra com passeio aleatório
3. Crie uma série AR(1) com coeficiente de defasagem de 0,5