

## **IX PRÊMIO SEAE– 2014**

### **Tema 2. Regulação da Atividade Econômica**

Inscrição: **24**



**CLASSIFICAÇÃO: 3º LUGAR**

Título da Monografia:

Por que as Tarifas de Interconexão são tão Altas? Um Modelo de Competição entre Telefonia Fixa e Móvel.

**Lucas Ferreira Matos Lima**

(24 anos)

São Paulo - SP

Mestre em Economia de Empresas – EESP/ FGV

Doutorando em Economia de Empresas – EESP/FGV.

## RESUMO

Existe uma dissonância entre a teoria dominante de competição entre telefonia e evidências empíricas. Aquela tem como resultado que as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão abaixo do custo marginal de término da ligação. Já evidências empíricas diversas mostram que as tarifas de interconexão das telefonia móveis são mais elevadas e que as agências reguladoras encontram resistência destas ao aplicarem políticas de redução das tarifas de interconexão. Este trabalho desenvolve um modelo que provê resultados mais aderentes às evidências de existência de incentivos para precificação de tarifas de interconexão acima do custo marginal. O modelo aqui proposto inova em relação à Hoernig (2010) ao assumir que as redes de telefonia móvel concorrem com a telefonia fixa. O modelo também considera o efeito de uma das empresas de telefonia móvel ter o seu controle compartilhado com a de telefonia fixa. É encontrado como resultado geral que as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação. Também sugere que a causa provável do resultado é a assimetria regulatória comumente observada nas telefonia fixa e móvel.

*Palavras-chave: tarifa de interconexão, regulação, telefonia móvel.*

IX PRÊMIO SEAE - 2014

**TEMA 2: REGULAÇÃO DA ATIVIDADE ECONÔMICA**

**POR QUE AS TARIFAS DE INTERCONEXÃO SÃO TÃO ALTAS?**

Um modelo de competição entre telefonia fixa e móvel.

## RESUMO

Existe uma dissonância entre a teoria dominante de competição entre telefonias e evidências empíricas. Aquela tem como resultado que as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão abaixo do custo marginal de término da ligação. Já evidências empíricas diversas mostram que as tarifas de interconexão das telefonias móveis são mais elevadas e que as agências reguladoras encontram resistência destas ao aplicarem políticas de redução das tarifas de interconexão. Este trabalho desenvolve um modelo que provê resultados mais aderentes às evidências de existência de incentivos para precificação de tarifas de interconexão acima do custo marginal. O modelo aqui proposto inova em relação à Hoernig (2010) ao assumir que as redes de telefonia móvel concorrem com a telefonia fixa. O modelo também considera o efeito de uma das empresas de telefonia móvel ter o seu controle compartilhado com a de telefonia fixa. É encontrado como resultado geral que as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação. Também sugere que a causa provável do resultado é a assimetria regulatória comumente observada nas telefonias fixa e móvel.

*Palavras-chave: tarifa de interconexão, regulação, telefonia móvel.*

## SÚMARIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	4
<b>2 INTERCONEXÃO E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS</b>	9
2.1 <i>Definição de interconexão</i>	9
2.2 <i>Porque as redes se interconectam?</i>	10
2.3 <i>Sobre a tarifa de interconexão e sua regulação</i>	11
2.4 <i>Competição entre telefonia fixa e móvel</i>	14
<b>3 LITERATURA DE COMPETIÇÃO ENTRE TELEFONIAS MÓVEIS E TARIFA DE INTERCONEXÃO</b>	17
<b>4 O MODELO</b>	23
4.1 <i>Estrutura de custo</i>	24
4.2 <i>Estrutura de preços</i>	24
4.3 <i>Estrutura de demanda</i>	25
<b>5 COMPETIÇÃO ENTRE AS TELEFONIAS SEM INTEGRAÇÃO</b>	28
5.1 <i>Tarifas de interconexão uniformes</i>	28
5.2 <i>Tarifas de interconexão unilaterais</i>	33
<b>6 COMPETIÇÃO ENTRE TELEFONIAS COM INTEGRAÇÃO FIXA-MÓVEL</b>	37
6.1 <i>Tarifas de interconexão uniformes</i>	37
6.2 <i>Tarifas de interconexão unilaterais</i>	41
<b>7 CONCLUSÃO</b>	44
<b>REFERÊNCIAS</b>	46
<b>APÊNDICE</b>	53

## 1 INTRODUÇÃO

Desde que telefones celulares passaram a ter uma maior importância no setor de telefonia, houve uma preocupação por parte das reguladoras em discutir sobre a necessidade de regulação deste setor. Essa regulação se daria, principalmente, sobre as tarifas de interconexão.

No setor de telefonia, sejam elas fixas ou móveis, as diversas operadoras estão interconectadas. Assim os clientes de uma determinada operadora podem fazer dois tipos de ligações: *on-net*, quando a ligação é originada e terminada na mesma rede, e *off-net*, quando a ligação é terminada em uma rede diferente da originada. Para fazer essas ligações, as operadoras de telefonia irão incorrer em custos marginais de originar e de terminar a ligação. Logo, quando é feita uma ligação do tipo *off-net* de um cliente da rede  $i$  para um cliente da rede  $j$ , essa rede irá incorrer no custo marginal sobre o término da ligação. Por isso a rede  $j$  irá cobrar uma espécie de pedágio da rede  $i$ , por esta utilizar a estrutura fixa daquela para completar a ligação. Este pedágio é conhecido como tarifa de interconexão.

A preocupação das reguladoras é a de que, caso a regulação neste setor não existisse, as redes de telefonia móvel iriam estabelecer tarifas de interconexão excessivamente elevadas, punindo os clientes de redes rivais e gerando um mercado *downstream* menos competitivo, diminuindo assim o bem-estar social. Essa preocupação é nítida em vários países, com destaque para o Reino Unido, um dos países onde mais se discutiu como as tarifas de interconexão de ligações deveriam ser reguladas, como é possível notar em regulações como RPI-9, RPI-12 e RPI-15<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> RPI-9 teve efeito de 1998-2002 e exigia que as tarifas de interconexão deveriam ser reduzidas em 9% todos os anos em termos reais. RPI-12 foi determinado pela Oftel no fim de 2001 e deveria vigorar nos 4 anos

Porém, recentemente, alguns países seguiram a linha de pensamento britânica, como outros países europeus, Austrália e Japão (LITTLECHILD, 2004).

Em conjunto com esta preocupação das reguladoras, alguns pesquisadores começaram a estudar a competição entre redes de telefonia móvel e a regulação socialmente ótima. Porém, diferentemente do que era visto na realidade, autores como Laffont et.al (1998a, 1998b), Gans e King (2001) e Dessein (2003,2004) encontraram que, em equilíbrio, as redes de telefonia móvel iriam definir as tarifas de interconexão abaixo do custo marginal de término da ligação, o que deveria pelo menos diminuir a preocupação das reguladoras quanto à necessidade de regular essas redes.

Porém, se esse resultado estivesse de acordo com a realidade, o que deveria ser visto era uma preocupação da parte das reguladoras quanto à necessidade de elevar a tarifa de interconexão para um nível mais próximo ao custo marginal do término da ligação, já que este seria o nível socialmente ótimo. Outro fato que deveria ser observado seria a não oposição das operadoras quanto às políticas de redução da tarifa de interconexão. Mas o que é realmente observado são ações totalmente opostas: as reguladoras estão preocupadas com o elevado nível das tarifas de interconexão das operadoras de telefonia móvel e, por isso, aplicam políticas de redução dessas tarifas, enquanto as operadoras se opõem a essas políticas.

Esta divergência entre predições teóricas e evidências empíricas inspirou a literatura a construir modelos que conciliassem esses resultados. Autores como

---

seguintes, porém as operadoras apelaram para a *Competition Commission*, e esta decidiu apoiar a decisão da OfTel, porém, com uma redução de 15% ao ano (RPI-15).

Calzada e Valletti (2008), Armstrong e Wright (2009) e López e Rey (2012) propõem a resolução do “paradoxo” citado acima de diferentes formas.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma possível solução para a contradição entre a literatura e a realidade por meio de uma suposição diferente das demais autores. Será tratado um modelo de competição entre redes de telefonia, onde a telefonia fixa, com seus preços regulados, estará competindo em um mesmo mercado com as demais operadoras de telefonia móvel. Essa é uma hipótese plausível, pois é possível notar que, embora um indivíduo possa escolher entre os dois tipos de serviço telefônico, o que se observa é que o número de clientes de redes de telefonia móvel vem aumentando ao longo dos últimos anos, enquanto o número de clientes de redes de telefonia fixa se mantém praticamente estagnado<sup>2</sup>. Isso significa que novos clientes potenciais de redes de telefonia fixa estão sendo atraídos pelas redes de telefonia móvel em um processo de competição entre esses dois tipos de serviços. Outro exemplo da existência desta competição são os planos de telefonia móvel que competem com determinados serviços da telefonia fixa (eg. TIM e EMBRATEL, no Brasil).

O modelo proposto neste trabalho é baseado em Hoernig (2010). Será um modelo que contém três redes de telefonia que competem em um mesmo mercado, sendo uma delas uma telefonia fixa, que é regulada em seus preços, e as demais, telefônias móveis. São propostos também dois ambientes diferentes: em um primeiro não existe nenhuma espécie de integração entre as três redes, enquanto em outro é assumido que uma das redes de telefonia móvel tem controle

---

<sup>2</sup> Os números de celulares e telefones fixos das principais regiões do mundo podem ser encontrados em: [www.teleco.com.br](http://www.teleco.com.br).



compartilhado com a rede de telefonia fixa<sup>3</sup>. Este segundo ambiente é comum, já que nove das dez maiores operadoras de telefonia fixa do mundo atuam também no mercado de telefonia móvel (DIPPON, 2005). Também são analisados, em cada um desses ambientes, os casos em que as redes de telefonia móvel podem definir as tarifas de interconexão de forma coordenada e de forma unilateral.

Como resultado geral é encontrado que, caso as redes de telefonia sejam suficientemente diferenciadas, elas irão dividir o mercado, e as operadoras de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação. A tarifa de interconexão será definida em um nível alto, pois assim as redes de telefonia móvel obtêm um lucro maior. Estas conseguem um lucro maior porque atraem clientes da telefonia fixa, através de uma tarifa fixa mais baixa, e porque conseguem um lucro maior sobre o término das ligações.

O texto que se segue divide-se em sete capítulos, incluindo esta introdução. No capítulo 2, explica-se o que é interconexão e por quais motivos as redes de telefonia se interconectam ou não. Fala-se, também, da necessidade de regulação da tarifa de interconexão e das evidências empíricas de que essas estão realmente elevadas; da existência de oposição por parte das operadoras em relação às políticas de redução da tarifa de interconexão das reguladoras e de que existe uma competição entre telefonia fixa e móvel.

No capítulo 3, é feita uma revisão de literatura sobre a competição entre redes de telefonia e como essas definem a tarifa de interconexão. Nesse capítulo fica clara a dicotomia entre a teoria dominante e a realidade, onde aquela conclui que as redes de telefonia móvel iriam ter como resultado ótimo definir sua tarifa de

---

<sup>3</sup> A literatura de competição entre telefonia se refere a esse compartilhamento como integração, mesmo não sendo uma integração vertical ou horizontal propriamente dita.

interconexão abaixo do custo marginal sobre o término da ligação, enquanto os fatos dizem o resultado oposto.

No capítulo 4, é apresentada a estrutura geral do modelo utilizado neste trabalho. No capítulo 5, o modelo é desenvolvido em um ambiente em que não há integração entre a telefonia fixa e a móvel; já no capítulo 6, ela existe. No capítulo 7, conclui-se o trabalho.

## 2 INTERCONEXÃO E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

Para entender porque as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão tão elevada é necessário primeiro saber o que é telefonia móvel e fixa, o que significa interconexão e quais os incentivos das redes de telefonia de se interconectarem ou não. Para isso, o capítulo será dividido de tal forma que facilite o entendimento por parte do leitor.

### 2.1 Definição de interconexão

O setor de telefonia está inserido no setor de telecomunicações<sup>4</sup>, sendo que neste trabalho será tratada somente a telefonia fixa e a telefonia móvel. A telefonia fixa é o serviço de telecomunicações que, por meio de transmissão de voz e de outros sinais, destina-se à comunicação entre pontos fixos determinados, utilizando processos de telefonia (TELEBRASIL, 2013, p.6). A telefonia móvel é o serviço de telecomunicações, por meio de transmissão de voz e de outros sinais, que possui como característica a mobilidade do usuário (TELEBRASIL, 2013, p.8).

Esse é um tipo de setor que necessita que as redes estejam conectadas entre elas para que as diversas telefonias ofertem os seus serviços para seus clientes. Essa conexão é conhecida como interconexão e é definida pela *The World Trade Organization* como sendo

“Conexão entre ofertantes que forneça um transporte de redes de telecomunicações e serviços, que permita que usuários de

---

<sup>4</sup> O setor de telecomunicações engloba: Telefonia Fixa, Telefonia Celular, SME (Trunking), Telecomunicações por Satélites, provedores de Acesso à Internet, transmissão e recepção de sinais de TV e Rádio, serviços de instalação entre outros. (TELEBRASIL, 2013, p.5)

uma ofertante possa se comunicar com o usuário de outra ofertante e que tenham acesso aos serviços de uma dessas, sob termos específicos.”(TELECOMMUNICATIONS REGULATION HANDBOOK, 2011, p.119).

## *2.2 Porque as redes se interconectam?*

Como dito acima, as redes de telefonia irão se interconectar para conseguirem oferecer seus serviços para seus clientes. Porém existem outras razões para que essas redes se interconectem, como:

- Aumento da lucratividade, já que a interconexão eleva o valor dos serviços de telecomunicação ou o alcance desses.
- Expandir ou melhorar serviços que são valiosos para os consumidores.

Em determinados casos, as redes de telefonia irão se interconectar voluntariamente; é o caso em que as redes não competem uma com a outra. Mas em outras situações as operadoras terão pouco incentivo para garantirem acesso a suas redes, ou mesmo acesso em condições razoáveis. Esse último caso ocorre quando a operadora que busca a interconexão é uma potencial competidora e a incumbente irá procurar limitar a competição, através de:

- Negar se interconectar.
- Oferecer a interconexão a um preço elevado o suficiente para que uma possível entrante desista de competir.

- Sabotar a possível entrante, oferecendo um serviço de interconexão de qualidade inferior ao que a redes incumbentes podem realmente oferecer.

Nesses casos é justificável a existência de uma regulação na interconexão, pois nessas condições a competição eficiente nos mercados *downstream* será difícil de ser alcançada.

### 2.3 Sobre a tarifa de interconexão e sua regulação

O preço cobrado pelas operadoras para se interconectarem e utilizarem uma estrutura de rede de uma rival, o caso de ligações *off-net*, é conhecido como tarifa de interconexão, e é justamente a necessidade e a forma como essa deve ser regulada que vêm gerando um grande debate entre reguladoras e academia nos últimos anos.

Sobre a telefonia fixa existe um consenso entre economistas e reguladoras de que essa deva ser regulada, pois acredita-se que é um mercado pouco competitivo, com poucas operadoras em suas áreas locais de serviço. Porém esse consenso não existe quanto à regulação de redes de telefonia móvel. A postura da grande maioria das reguladoras de telefonia hoje é a de que, caso não houvesse nenhum tipo de regulação sobre as tarifas de interconexão, as operadoras de telefonia móvel iriam defini-las num valor muito alto (TELECOMMUNICATIONS REGULATION HANDBOOK, 2011).

A justificativa utilizada é a de que o mercado de telecomunicação é um exemplo de um mercado de *competitive bottlenecks*. Neste ambiente, as firmas competem para atrair um grupo de consumidores. Por alguns motivos, como

geográficos ou tecnológicos, cada consumidor do primeiro grupo escolherá ser cliente somente de uma operadora<sup>5</sup>. O segundo grupo de consumidores gostaria de poder interagir com as pessoas do primeiro grupo, mas como cada agente do primeiro grupo será cliente exclusivamente de uma operadora, esta pode cobrar uma alta tarifa ao segundo grupo (ARMSTRONG e WRIGHT, 2009).

Dado esse incentivo das redes de telefonia móvel em definir tarifas de interconexão em níveis muito altos, existiria a necessidade de regular este mercado. A principal regra escolhida pelas reguladoras foi a de orientar as tarifas de interconexão a custos, pois assim seria mais provável que um mercado eficiente fosse alcançado<sup>6</sup>. O motivo seria que, caso a tarifa de interconexão fosse muito baixa:

- Competidores ineficientes poderiam entrar no mercado.
- Entrantes poderiam comprar serviços a um preço baixo e revendê-los, ao invés de desenvolver serviços mais inovadores.
- Operadoras incumbentes poderiam deixar de investir na rede ou de manter ou melhorar sua qualidade.

Porém, se a tarifa de interconexão fosse muito alta:

- Poderia ser criada uma barreira à entrada de competidores eficientes.

---

<sup>5</sup> Nos últimos anos surgiu no mercado celulares que aceitam mais de um chip. Este tipo de celular surge como uma forma de escapar de elevadas tarifas interconexão, gerada pelo ambiente descrito acima.

<sup>6</sup> Alguns autores concluem que na presença de externalidade da ligação a tarifa de interconexão socialmente ótima estaria abaixo do custo marginal de término da ligação, enquanto que na presença de externalidade de rede a tarifa ótima seria acima do custo marginal. Para maiores informações ver, respectivamente, Armstrong e Wright (2009) e Harbord e Hoernig (2012).

- No caso de uma interconexão de duas vias<sup>7</sup>, a operadora poderia concentrar em maximizar os pagamentos recebidos de outra operadora, ao invés de focar em prover serviços para seus clientes.
- Os clientes estariam pagando mais do que o necessário.

Por esses motivos tem ocorrido uma movimentação de várias reguladoras para reduzir as tarifas de interconexão de redes de telefonia móvel: a Ofcom, no Reino Unido, aplicou políticas como os RPI-9, RPI-12 e RPI-15; a França reduziu as tarifas de interconexão das duas principais redes de telefonia móvel de 20.12 cts/mn, em 2002, para 6.5 cts/mn, em 2008. Essas políticas, também aplicadas em outros países da União Europeia (UE), fizeram com que a tarifa de interconexão média na UE passasse de €0.1265 para €0.0855 entre outubro de 2005 e outubro de 2008 (HURKENS e LÓPEZ, 2012). Essas políticas regulatórias puderam ser observadas também em outros países como: Austrália, Japão etc.

No caso brasileiro, onde a Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) não regula os preços da telefonia móvel, porém regula os preços da telefonia fixa, existe uma disparidade entre as tarifas de interconexão daquela e as desta, onde a tarifa da telefonia móvel era em média de R\$0,40 enquanto a tarifa da telefonia fixa era cerca de R\$0,04, ou seja, a tarifa daquela era cerca de dez vezes maior que a desta (SDE, 2007, p.3-4). Porém, desde 2008 a Anatel vem fazendo esforços para reduzir essas tarifas. Em 2012 a tarifa de interconexão da telefonia móvel era em média de R\$0,37, tendo como previsão para 2015 média de R\$0,17. A tarifa de interconexão da telefonia fixa era de R\$0,03 em 2012.

---

<sup>7</sup> Duas ou mais operadoras que possuem a estrutura fixa das suas redes conectadas.

Porém, muitas dessas políticas causaram protestos por parte das operadoras:

“The Intervention of European Commission recommends national regulatory authorities (NRAs) to push termination rates further down to the cost of terminating a call (...) Networks operators, on the other hand, have been and keep opposing cuts in termination rates.” (HURKENS e LÓPEZ, 2012, p.3).

Esse fato empírico irá destoar do resultado dominante na literatura de competição entre redes de telefonia móvel, que diz que essas, em um ambiente de tarifa em duas partes, irão definir a tarifa de interconexão abaixo do custo marginal de término da ligação. O objetivo deste trabalho será apresentar uma nova alternativa de realinhar a teoria com esses fatos.

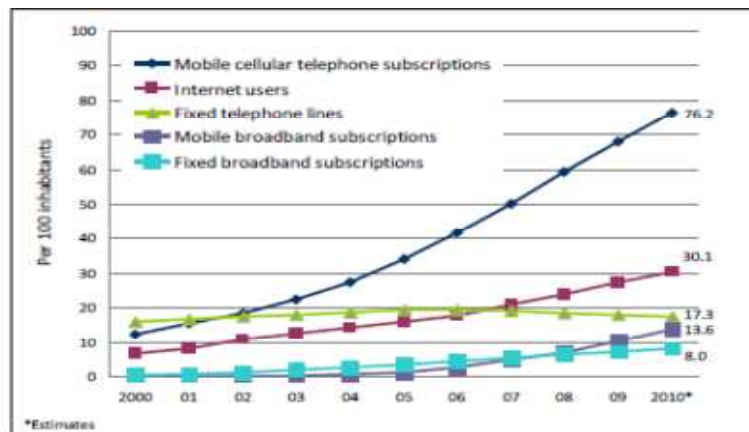
#### *2.4 Competição entre telefonia fixa e móvel*

A principal suposição que é feita no modelo deste trabalho é a de que a telefonia fixa compete em um mesmo mercado com as redes de telefonia móvel. Essa é uma hipótese plausível, pois é possível notar que, mesmo que um indivíduo possa escolher entre os dois tipos de serviço telefônico, o número de clientes de redes de telefonia móvel vem aumentando ao longo dos últimos anos, enquanto o número de clientes de redes de telefonia fixa se mantém praticamente estagnado. Isso significa que novos clientes potenciais de redes de telefonia fixa estão sendo



atraídos pelas redes de telefonia móvel em um processo de competição entre esses dois tipos de serviços. Esse fato pode ser observado na próxima figura:

Figura 1 Desempenho do Setor de Tecnologia de Informação e Comunicação (TIC) Global, 2000-2010



Fonte:ITU *World Telecommunication/ICT Indicators database*.

O principal pressuposto que distingue o modelo apresentado neste trabalho é a existência de algum grau de competição entre telefonia fixa e as redes de telefonia móvel. Trabalhos acadêmicos empíricos mostram a existência desta competição entre telefonia fixa e móvel. De forma geral, eles encontram que mercados onde a telefonia móvel ainda é nascente, apresentam complementariedade entre telefonia fixa e móvel, pois esta precisará utilizar parte da estrutura física daquela. Já em mercados onde ambos os serviços são considerados “maduros”, a telefonia móvel é substituta da telefonia fixa. (GRUBER e VERBOVEN, 2001; BARTH e HEIMESHOFF, 2011; WARD e WOROCH, 2005). O avanço tecnológico, com a melhoria de qualidade das ligações da rede móvel e redução de seu custo marginal, possibilitou o aumento das possibilidades de substituição entre as duas modalidades de telefonia. A tendência é o alargamento do espectro das plataformas aptas a concorrer pelo serviço de transmissão de voz, sendo esperada a crescente pressão

competitiva exercida pelos serviços sobre IP, como Skype e demais modelos de comunicação de voz pela internet. Neste trabalho, restringe-se à análise à concorrência entre telefonia fixa e móvel.

### 3 LITERATURA DE COMPETIÇÃO ENTRE TELEFONIAS MÓVEIS E TARIFA DE INTERCONEXÃO

A literatura sobre competição de redes de telefonia móvel é iniciada com os trabalhos seminais de Armstrong (1998) e Laffont et.al. (1998a, 1998b) e apresentam resultados que irão divergir de acordo com o contrato feito entre as operadoras e seus clientes.

Com um modelo de competição entre duas redes de telefonia móvel, Armstrong (1998) e Laffont et.al. (1998a, 1998b)<sup>8</sup> mostraram que uma tarifa de interconexão elevada, em um ambiente de estrutura de preço linear, pode ser utilizada para sustentar um conluio que mantenha alto os níveis de preços e os lucros das redes, através de uma redução da intensidade da competição entre estas. Porém esse resultado desaparece em Laffont et.al (1998a) quando é proposto um modelo com tarifa em duas partes. Neste caso, as tarifas de interconexão não irão afetar o nível de lucro das redes de telefonia, pois qualquer receita vinda do término da ligação será repassada como subsídio para a tarifa fixa<sup>9</sup>.

Também em um ambiente com tarifa em duas partes, Laffont et.al (1998b) encontram que as redes de telefonia móvel irão definir uma tarifa de interconexão igual ao custo marginal de término da ligação, pois, caso aquela seja definida acima ou abaixo desta, a presença de discriminação de preços baseada em rede irá impor um custo que será inteiramente suportado pela indústria.

Posteriormente surgem trabalhos que afirmam o resultado de que a tarifa de interconexão definida pelas redes de telefonia móvel estará abaixo do custo

---

<sup>8</sup> A diferença principal entre os dois trabalhos é que no primeiro não existe uma diferenciação dos preços das ligações quanto ao seu destino, enquanto no segundo essa diferenciação é incluída no modelo.

<sup>9</sup> Esse último resultado é conhecido como efeito cama d'água. Para evidências empíricas veja Genakos e Valletti (2011).

marginal de término da ligação. Gans e King (2001) mostram que este resultado é alcançado com o objetivo de diminuir a intensidade da competição gerada pelas diferenciações de preços de ligações *on-net/off-net*. Dessein (2003) também encontra que, em um ambiente de competição entre redes de telefonia simétricas, estrutura de preço não linear e uma demanda por assinaturas elástica e homogênea, as tarifas de interconexão serão definidas abaixo do custo marginal de término. Esse mesmo resultado é encontrado em Dessein (2004), porém com uma suposição de uma demanda por assinaturas inelásticas e heterogêneas.

Harbord e Hoernig (2012) apresentam resultados de um modelo de bem-estar calibrado no mercado de telefonia do Reino Unido, o que inclui várias redes de telefonia móvel, ligações para e de telefones fixos, discriminação de preço baseada em rede e externalidade das ligações<sup>10</sup>. A simulação feita pelos autores encontra que reduzir estas tarifas irá aumentar o bem-estar social, o excedente do consumidor e o lucro das redes.

Porém esses resultados foram criticados por não estarem alinhados com a realidade. De modo inconsistente ao predito nesses modelos teóricos, existe um embate entre reguladores e operadoras de telefonia quando os primeiros, ao checarem que as tarifas estão acima do custo marginal de término da ligação, decidem forçar uma redução no nível das tarifas de interconexão.

Por isso alguns autores irão propor novos modelos que tentam realinhar a teoria com a realidade. Hoernig (2007) e Calzada e Valletti (2008) estendem o modelo de Jeon et.al. (2004) para um caso onde as redes são assimétricas em seu tamanho. Os autores encontram que o tamanho da assimetria e a externalidade da

---

<sup>10</sup> Este efeito é definido como o ganho de utilidade por parte dos clientes de operadoras de telefonia, por receberem ligações.

ligação terão um grande efeito sobre o preço *on-net/off-net* de equilíbrio, fazendo com que operadoras incumbentes coloquem a tarifa de interconexão acima do custo marginal do término da ligação, diminuindo a atratividade da possível entrante. Uma das implicações causada por esse comportamento é a de que, mesmo que as operadoras possuam um padrão de chamadas balanceado<sup>11</sup>, não existirá um balanceamento do tráfego de ligações, pois as durações das chamadas serão afetadas pela diferença nos preços. Então, quando as tarifas de interconexão estão acima do custo marginal, as redes menores irão incorrer em um déficit permanente de acesso.

Armstrong e Wright (2009) irão propor resolver este “paradoxo” assumindo que as redes de telefonia móvel irão definir uma tarifa de interconexão uniforme para ligações fixo-móvel (FTM) e móvel-móvel (MTM). A razão é que, caso não houvesse essa uniformidade, as tarifas de interconexão de ligações FTM seriam elevadas, enquanto as tarifas de ligações MTM seriam abaixo do custo marginal. Logo, quando a tarifa for uniforme e definida de forma coordenada entre as redes de telefonia móvel, ela será mais alta que a tarifa de ligações MTM, sendo, na maioria das vezes, maior que o custo marginal de término da ligação. Caso essas tarifas sejam definidas unilateralmente, esse efeito será acentuado.

Outros autores irão incorporar nos seus modelos heterogeneidade nas preferências dos consumidores. López e Rey (2012) mostram como uma tarifa de interconexão elevada pode surgir devido a uma discriminação de preços entre consumidores que ligam bastante e os que ligam pouco. Hoernig et.al. (2011) apresentam um modelo de competição entre redes de telefonia com padrões de

---

<sup>11</sup> Quando cada cliente, na ausência de tarifas diferenciadas, possui a mesma probabilidade de ligar tanto para um cliente da mesma rede como para um cliente da rede rival.

ligações arbitrários e não uniformes. Eles mostram que, caso o padrão de ligações seja suficientemente concentrado, as redes de telefonia irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término, diminuindo, assim, a intensidade da competição. Jullien et.al (2013) estendem o modelo de Dessein (2003, 2004), incluindo, em um mesmo modelo, demanda por assinaturas heterogêneas e demanda por assinaturas elásticas, e encontram que as redes de telefonia irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação.

Hurkens e López (2010) resolvem esse paradoxo assumindo que os consumidores possuem expectativas passivas, mas que exista um *fulfilled equilibrium*, definido como em Katz e Shapiro (1985).

Além desse debate, existem outros fatos importantes que são muito pouco explorados pela literatura. Armstrong e Wright (2009) notam que a literatura de telecomunicações praticamente tratou ligações FTM e MTM como grupos separados, o que não parece ser uma hipótese razoável. Um agente que possui acesso a ambos os tipos de rede irá escolher entre os dois tipos de ligações. Os autores encontram que essa substituição possui dois tipos de benefícios para o mercado. O primeiro é que enfraquece o incentivo da telefonia móvel de definir uma tarifa de interconexão elevada. O segundo benefício é o de reduzir a necessidade de regular os preços que as redes de telefonia móvel cobram de chamadas FTM. Porém, mesmo que neste trabalho haja uma substituição entre ligações feitas de telefonia fixa das de telefonia móvel, as redes de telefonia fixa ainda não competem em um mesmo mercado com as redes de telefonia móvel.

Armstrong e Wright (2009) também discutem, de maneira informal, a escolha da tarifa de interconexão em um mercado onde exista integração entre uma

rede de telefonia fixa com uma de telefonia móvel. Este parece ser um ponto importante a ser considerado, já que nove das dez maiores operadoras de telefonia fixa são integradas a alguma telefonia móvel (DIPPON, 2005). Os autores encontram que, se a rede fixa é fortemente regulada, as conclusões não diferem do caso em que não existe a integração. Agora, caso a rede fixa não seja regulada ou receba uma regulação indireta, então o lucro da rede fixa será negativamente correlacionado ao nível da tarifa de interconexão de ligações FTM. Logo a firma integrada terá um incentivo para definir preços de ligações FTM menos distorcidos para a rede móvel integrada, extraíndo assim maior lucro dos seus clientes da rede fixa. Além disso, a firma integrada terá um incentivo para competir mais agressivamente com a sua rival, de tal forma que os seus clientes da rede fixa precisarão fazer menos ligações para os clientes da rede rival.

Mu (2008) analisa a competição simétrica entre dois pares de rede fixa e móvel integradas e a necessidade da regulação de tarifas de interconexão destas. É encontrado que as firmas integradas internalizam o pagamento dos termos das ligações. Entretanto esse trabalho não leva em consideração a existência da externalidade da ligação e de resultados assimétricos.

Bourreau *et. al.* (2013) modelam um mercado com uma operadora fixa e duas operadoras móveis, levando em consideração a existência da externalidade da ligação e assimetria das redes. Os autores mostram que, na presença de integração, as ligações FTM para a rede móvel rival são precificadas muito acima do custo marginal, enquanto as ligações para a rede integrada são precificadas abaixo do custo. Posteriormente, o trabalho estende o modelo para incluir substituição entre ligações feitas em rede fixa e móvel e também competição entre as operadoras de telefonia fixa. É encontrado que as ligações para as rivais, em ambos os casos,

possuem o preço elevado, assim como no cenário anterior. Os autores mostram ser favoráveis a uma regulação que impõe precificação uniforme em ligações FTM, já que eliminaria o incentivo de definir estes preços demasiadamente elevados, enquanto mantém os ganhos de eficiência que surgem da integração.

Como ainda não existe um consenso na academia sobre como resolver o paradoxo entre a literatura de competição entre redes de telefonia e a realidade, o modelo apresentado nesta dissertação serve para introduzir mais uma nova alternativa de realinhar essa literatura e a realidade. Essa dissertação também contribui com tópicos mais novos na agenda de pesquisa dessa literatura como: integração entre redes de telefonia móvel e fixa e competição em um mesmo mercado entre telefonia fixa-móvel.



## 4 O MODELO

Neste capítulo é apresentado um modelo de competição entre três redes de telefonia, possivelmente assimétricas, baseado em Hoernig (2010). O modelo deste autor apresenta uma formulação de demanda semelhante à de Armstrong e Wright (2009) e ao “*spokes model*” de Chen e Riordan (2007). A diferença do modelo formulado neste trabalho será a inclusão da telefonia fixa como competidora direta das telefônias móveis, com os preços daquelas já pré-definidos em um nível socialmente ótimo.

Neste trabalho será analisado se as redes de telefonia móvel preferem definir a tarifa de interconexão acima ou abaixo do custo marginal de término de uma ligação e o porquê dessa escolha. O modelo descrito é um jogo onde, em um primeiro estágio, as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão e, em um segundo estágio, elas definirão os demais preços. Serão analisados os seguintes casos: a) em que as redes de telefonia móvel definem a tarifa de interconexão de forma coordenada; b) em que as redes de telefonia móvel definem tarifas de interconexão unilateralmente; c) em que as redes de telefonia móvel definam a tarifa de interconexão de forma coordenada e uma delas tenha controle compartilhado com a rede de telefonia fixa; d) em que uma das redes de telefonia móvel tenha o controle compartilhado da telefonia fixa e as demais definam tarifas de interconexão unilateralmente. Porém, antes de analisar cada caso, é necessário explicitar a estrutura de custo e de demanda, já que estas serão comuns aos diferentes ambientes.

#### 4.1 Estrutura de custo

As três redes de telefonia irão possuir uma estrutura de custo semelhante. Ao servir um cliente, as redes irão incorrer em um custo fixo  $f \geq 0$ . Estas irão incorrer também em um custo marginal de originar e de terminar a ligação em sua rede  $c_o$  e  $c_t$ , respectivamente. Assim o custo marginal total de uma ligação será:

$$c = c_o + c_t$$

#### 4.2 Estrutura de preços

A estrutura de preços das redes será uma tarifa em duas partes:

$$T_i(q_{ij}) = F_i + \sum_{j=1}^3 p_{ij}q_{ij}, \quad \forall i, j = 1, 2, 3.$$

Onde  $p_{ij}$  e  $q_{ij}$  são o preço e a quantidade média de minutos de uma ligação originada na rede  $i$  e terminada na rede  $j$ . Já  $F_i$  será uma tarifa fixa cobrada pela rede  $i$  para que o consumidor possa ser seu cliente (e.g. uma tarifa de assinatura).

Neste modelo, a telefonia fixa é representada por uma rede que possui seus preços regulados em um nível socialmente ótimo e será definida como sendo a rede 1. Logo:

$$p_{11} = p_1 = c_o + c_t = c$$

$$p_{1i} = c_o + a_i, \quad \forall i = 2, 3$$

Onde  $a_i$  será a tarifa de interconexão cobrada pela rede  $i$ . A tarifa fixa da rede 1 é dada como  $F_1 = \bar{F}$ , t. q.  $\bar{F} > f$  e a tarifa de interconexão desta rede será de  $a_1 = c_t$ .

### 4.3 Estrutura de demanda

Existem três firmas competindo e que atendem todo o mercado. É assumido que o padrão da ligação seja balanceado. Os consumidores estarão localizados em três segmentos com tamanhos individuais  $l(3)$  que irão conectar todas as redes. A massa total de consumidores será de 1, o que significa que cada segmento terá  $1/3$  destes. É definido  $d(3) = \frac{1}{3l(3)}$  como sendo a densidade dos consumidores no espaço de preferências.

O custo de transporte é linear, com custo unitário de  $t > 0$ .  $t$  é definido na literatura de diferenciação horizontal como um indicador de diferenciação. Isso significa dizer que quando  $t \rightarrow \infty$  cada rede será um monopólio local. Já quando  $t \rightarrow 0$  será o caso de um mercado perfeitamente competitivo. Para poupar notação no desenvolvimento do modelo é definido também  $\sigma = d(3)/2t$ . Logo, quando  $\sigma \rightarrow 0$  cada rede será um monopólio local, enquanto  $\sigma \rightarrow \infty$  representa um caso de mercado perfeitamente competitivo.

Os *market-shares* são definidos como sendo  $\alpha_i > 0$  onde  $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ . Como todas as redes estão interconectadas, os consumidores podem fazer ligações para qualquer uma destas.

Os consumidores irão apresentar uma utilidade  $u(q)$  de fazer  $q$  minutos médio de ligação e esta é definida como em Laffont et.al. (1998b), ou seja:

$$u(q) = \frac{q^{1-\frac{1}{\eta}}}{1-\frac{1}{\eta}}$$

Onde  $\eta$  é o módulo da elasticidade da demanda e é maior que 1. Por definição  $u'(q) = q^{-\frac{1}{\eta}} = p$ , onde  $p$  é o preço de uma ligação. Sob a ausência de discriminação de preço quanto ao destino da ligação, o excedente líquido variável do consumidor será a função valor do excedente deste consumidor dado por  $v(p) = \max_q u(q) - pq$ , que possui a propriedade de que  $v'(p) = -q(p)$ .

Então um consumidor irá receber um excedente bruto de  $v_0 + \omega_i$  por estar conectado à rede  $i$ , onde  $v_0$  é a utilidade do cliente por estar conectado a qualquer rede e:

$$\omega_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_j v(p_{ij}) - F_i, \forall i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Onde (1) será a utilidade líquida de um cliente da rede  $i$ , por fazer parte desta e por realizar ligações. Como cada rede que se encontra localizada no extremo de cada segmento possui clientes, o consumidor indiferente no segmento  $ij$  estará localizado na distância  $x_{ij}$  da rede  $i$ . Este é definido como sendo:

$$\omega_i - tx_{ij} = \omega_j - t(l - x_{ij})$$

Resolvendo para  $x_{ij}$ :

$$x_{ij} = \frac{l}{2} + \frac{\omega_i - \omega_j}{2t}$$

Assumindo  $d(3) = 1$  temos que:

$$x_{ij} = \frac{1}{6} + \sigma(\omega_i - \omega_j) \quad (2)$$

Onde  $\sigma = \frac{1}{2t}$ . Para encontrar então o *market-share* da rede  $i$  é necessário somar sobre todos os segmentos:

$$\alpha_i = \sum_{j \neq i} x_{ij} = \frac{1}{3} + \sigma(2\omega_i - \sum_{j \neq i} \omega_j) \quad (3)$$

Dada a forma como a rede de telefonia fixa é regulada, seu lucro será definido como:

$$\pi_1 = \alpha_1(\bar{F} - f) \quad (4)$$

## 5 COMPETIÇÃO ENTRE AS TELEFONIAS SEM INTEGRAÇÃO

Neste capítulo será apresentado o modelo em que não há integração entre as redes de telefonia móvel com a rede de telefonia fixa. De forma geral, a função lucro da rede de telefonia móvel  $i, \forall i = 2,3$ , será:

$$\pi_i = \alpha_i(F_i - f + \alpha_i(p_i - c)q(p_i) + \sum_{j \neq i} \alpha_j(p_{ij} - c_o - a_j)q(p_{ij}) + \sum_{j \neq i} \alpha_j(a_i - c_t)q(p_{ji})), \forall j = 1,2,3 \quad (5)$$

Onde  $\alpha_i(p_i - c)q(p_i)$  representa o lucro da rede  $i$  com ligações *on-net*,  $\sum_{j \neq i} \alpha_j(p_{ij} - c_o - a_j)q(p_{ij})$  é o lucro da rede  $i$  com ligações *off-net* originadas nessa rede e  $\sum_{j \neq i} \alpha_j(a_i - c_t)q(p_{ji})$  será o lucro com ligações *off-net* terminadas nessa rede.

### 5.1 Tarifas de interconexão uniformes

Utilizando (3) e (5), é possível resolver o problema de maximização do lucro das redes de telefonia móvel para definirem seus preços.

**Lema 1** *As redes de telefonia móvel irão definir os preços das ligações igual ao custo marginal que incorre aquelas para fazer estas, ou seja:*

$$p_{22} = p_{33} = p_{21} = p_{31} = p = c_o + c_t = c \quad (6)$$

$$p_{23} = p_{32} = p_{12} = p_{13} = \hat{p} = c_o + a \quad (7)$$

*Prova.* É necessário resolver o problema de otimização do lucro da rede  $i$  em relação aos preços das ligações *on-net* e *off-net*, sob a condição de que o excedente líquido do consumidor se mantenha fixo. Esta condição significa manter

também fixo o *market-share* da rede  $i$ . Substituindo (1) em (4) e resolvendo o problema de maximização:

$$\begin{aligned} \max_{p_i, p_{ij}} \bar{\alpha}_i (\bar{\alpha}_i (v(p_i) + (p_i - c)q(p_i)) + \sum_{j \neq i} \bar{\alpha}_j (v(p_{ij}) + (p_{ij} - c_o - a)q(p_{ij}) \\ + (a - c_t)q(p_{ji})) - \bar{\omega}_i - f) \end{aligned}$$

Dada a simetria do problema não é difícil verificar que:

$$-q(p_i) + q(p_i) + (p_i - c)q'(p_i) = 0 \Rightarrow p_i = p_j = p = c_o + c_t = c$$

$$-q(p_{ij}) + q(p_{ij}) + (p_{ij} - c_o - a)q'(p_{ij}) = 0 \Rightarrow p_{ij} = p_{ji} = \hat{p} = c_o + a,$$

$$\forall i, j = 2, 3 \text{ e } i \neq j \blacksquare$$

Esse resultado não difere do que usualmente é apresentado na literatura de telecomunicação<sup>12</sup> e na literatura de tarifa em duas partes. Os preços variáveis serão definidos pelas redes de telefonia móvel igual ao custo, e essas irão extrair o excedente do consumidor através da tarifa fixa.

Com esse resultado, a função lucro da rede  $i$  pode ser definida como sendo:

$$\pi_i = \alpha_i (F_i - f + (1 - \alpha_i)(a - c_t)q(\hat{p})) \quad (8)$$

Substituindo também esse resultado na função de *market-share* de  $i$ :

---

<sup>12</sup> Alguns autores levam em consideração a existência de externalidade da ligação. Na presença dessa externalidade os preços das ligações iriam diferir do custo marginal da ligação. Para maiores informações veja Harbord e Hoernig (2012).

$$\alpha_i = \frac{\rho}{(1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})))} \left[ \frac{1}{3\sigma} + \bar{F} - \frac{(F_i(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) - F_j(1 + 2\rho(v(p) - v(\hat{p}))))}{(1 - \rho(v(p) - v(\hat{p})))} \right],$$

$\forall i, j = 2, 3 \text{ e } i \neq j \quad (9)$

Onde  $\rho = \frac{\sigma}{1 - 2\sigma(v(p) - v(\hat{p}))}$ . A função de *market-share* da rede 1 será:

$$\alpha_1 = \rho_1 \left[ \frac{1}{3\sigma} - (v(p) - v(\hat{p}) + 2\bar{F} - F_i - F_j) \right] \quad (10)$$

Onde  $\rho_1 = \frac{\sigma}{1 - \sigma(v(p) - v(\hat{p}))}$ . Com esses resultados podemos encontrar a

tarifa fixa definida pelas redes de telefonia móvel.

**Proposição 1.** 1. A tarifa fixa será simétrica entre as redes de telefonia móvel. E quando  $a = c_t$  a tarifa irá decrescer quando  $\sigma$  aumenta, sendo esta:

$$F|_{a=c_t} = F^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{(\bar{F} + 2f)}{3} \quad (11)^{13}$$

2. Os *market-shares* das redes de telefonia móvel serão simétricos, porém heterogêneos em relação ao da rede de telefonia fixa. Quando  $a = c_t$ , os *market-shares* serão:

$$\alpha_i^* = \frac{2}{9} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{3}, \forall i = 2, 3 \quad (12)$$

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{3} \quad (13)$$

<sup>13</sup> Daqui em diante todas as variáveis que estiverem acompanhadas de asterisco estarão sendo analisadas quando  $a_i = a_j = c_t$ .



$$3. \text{ Se } \sigma < \bar{\sigma} = \frac{5}{12(\bar{F}-f)} \Rightarrow (\alpha_i^*, \alpha_1^*) \in (0,1), \forall i = 2,3 \quad (14)$$

*Prova.* Apêndice. ■

Observe que, no caso em que cada rede pode ser tratada como um monopólio local, ou seja,  $\sigma \rightarrow 0$ ,  $F^* \rightarrow \infty$ , o que significa que as redes de telefonia móvel irão extrair a maior quantidade de excedente dos consumidores, permitindo ainda que haja penetração cheia do mercado. Porém o resultado mais interessante é observado na expressão de *market-share*. Quanto mais competitivo o mercado, maior será o *market-share* das redes de telefonia móvel, chegando ao ponto de, em um mercado perfeitamente competitivo, as redes de telefonia móvel expulsarem a rede de telefonia fixa do mercado, passando a competir somente entre elas.

**Proposição 2.** *Se a Proposição 1 for válida, então:*

1. *Quando a tarifa de interconexão é igual ao custo marginal de término da ligação, a tarifa fixa irá decrescer com um aumento daquela.*

2. *Os market-shares das redes de telefonia móvel, quando  $a = c_t$ , crescem com a tarifa de interconexão, já o market-share da rede de telefonia fixa decresce com esta.*

3. *As redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação.*

*Prova.* Só será apresentada nesta parte a prova de 3, as provas dos demais itens podem ser vistas no Apêndice.

Utilizando o resultado dos itens um e dois e da Proposição 1, ao diferenciar o lucro conjunto das redes de telefonia móvel em função de  $a$ , é encontrado o seguinte resultado:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial a} = 2 \frac{\partial \pi_i^*}{\partial a} = \frac{\partial \alpha_i^*}{\partial a} (F^* - f) + \alpha_i \left( \frac{\partial F^*}{\partial a} + (1 - \alpha_i) q(p) \right)$$

Onde  $\Pi$  é a função lucro conjunto das redes de telefonia móvel. A derivada do lucro será:

$$\frac{2q(p)}{27} \left( \frac{31}{9} + \sigma \left( \frac{26\bar{F} - 38f}{3} - \sigma(\bar{F} - f)(5\bar{F} + 7f) \right) \right)$$

Observe que devido à Proposição 1  $\sigma$  será pequeno e a derivada do lucro em relação a tarifa de interconexão será positiva. ■

Logo as redes de telefonia móvel irão querer definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término, pois ao elevarem a tarifa de interconexão, as redes de telefonia móvel tornam as ligações *off-net* das rivais mais caras, o que diminui a atratividade destas. Como a telefonia fixa não pode responder a essa elevação, ela fica em desvantagem e perde clientes para as suas rivais. Com uma tarifa de interconexão mais elevada, as redes de telefonia móvel podem extrair renda de suas rivais e utilizá-la para diminuir as tarifas fixas, conseguindo, assim, atrair mais clientes. Esse número maior de clientes e uma tarifa de interconexão mais elevada irão ocasionar em um lucro maior das redes de telefonia móvel.

## 5.2 Tarifas de interconexão unilaterais

A exemplo da seção anterior, segue que a função lucro de uma rede  $i=2,3$  é definida igual a (5) e da rede 1 será igual a (4). Usando o mesmo raciocínio da seção passada, chegamos ao Lema 2:

**Lema 2.** *As redes de telefonia móvel irão definir os preços das ligações igual ao custo marginal que elas incorrem para fazer essas ligações, ou seja:*

$$p_{22} = p_{33} = p_{21} = p_{31} = p = c_o + c_t = c \quad (15)$$

$$\hat{p}_{12} = \hat{p}_{32} = \hat{p}_2 = c_o + a_2 \quad (16)$$

$$\hat{p}_{13} = \hat{p}_{23} = \hat{p}_3 = c_o + a_3 \quad (17)$$

*Prova.* É necessário resolver o problema de otimização do lucro da rede  $i$  em relação aos preços de ligações *on-net* e *off-net*, sob a condição de que o excedente líquido do consumidor se mantenha fixo. Esta condição significa manter também fixo o *market-share* da rede  $i$ . Substituindo (1) em (5) e resolvendo o problema de maximização:

$$\begin{aligned} \max_{p_i, p_{ij}} & \bar{\alpha}_i (\bar{\alpha}_i (v(p_i) + (p_i - c)q(p_i)) + \sum_{j \neq i} \bar{\alpha}_j (v(p_{ij}) + (p_{ij} - c_o - a_j)q(p_{ij})) \\ & + \sum_{j \neq i} \alpha_j (a_i - c_t)q(p_{ji})) - \bar{\omega}_i - f \end{aligned}$$

Dada a simetria do problema, não é difícil verificar que:

$$-q(p_i) + q(p_i) + (p_i - c_o - c_t)q'(p_i) = 0 \Rightarrow p_i = p_j = p = c_o + c_t = c$$

$$-q(p_{ij}) + q(p_{ij}) + (p_{ij} - c_o - a_j)q'(p_{ij}) = 0 \Rightarrow p_{ij} = \hat{p}_j = c_o + a_j$$

$$-q(p_{ji}) + q(p_{ji}) + (p_{ji} - c_o - a_i)q'(p_{ji}) = 0 \Rightarrow p_{ji} = \hat{p}_i = c_o + a_i,$$

$$\forall i, j = 2, 3 \text{ e } i \neq j \blacksquare$$

A mesma conclusão feita sobre o Lema 1 pode ser feita sobre o Lema 2. As redes de telefonia móvel definem os seus preços variáveis no nível dos custos marginais e irão extrair o excedente do consumidor através da tarifa fixa.

Substituindo o resultado do Lema 2 em (3), podemos encontrar a expressão do *market-share* para a rede  $i=2,3$ :

$$\alpha_i = \rho \left[ \frac{1}{3} - \sigma (v(p) - v(\hat{p}_j)) - \sigma F_i (2 - 3\sigma (v(p) - v(\hat{p}_j))) + \sigma F_j + \sigma \bar{F} (1 - 3\sigma (v(p) - v(\hat{p}_j))) \right] \quad (18)$$

$$\text{Onde } \rho = \frac{1}{1 - 2\sigma(2v(p) - v(\hat{p}_i) - v(\hat{p}_j)) + 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i))(v(p) - v(\hat{p}_j))}, \forall i, j = 2,3 \text{ e } i \neq j.$$

Já o *market-share* da rede 1 tem como expressão:

$$\alpha_1 = \rho_1 \left[ \frac{1}{3\sigma} - (2\bar{F} - F_i - F_j + v(p) - \alpha_i v(\hat{p}_i) - \alpha_j v(\hat{p}_j)) \right] \quad (19)$$

Onde  $\rho_1 = \frac{\sigma}{1 - \sigma v(p)}$ . Com essas expressões chegamos à Proposição 3:

**Proposição 3.** 1. *As tarifas fixas das redes de telefonia móvel serão heterogêneas caso  $a_2 \neq a_3$ . Quando  $a_2 = a_3 = c_t$  a tarifa decresce em  $\sigma$ , ou seja, quanto mais diferenciado for o mercado, e será:*

$$F|_{a_2=a_3=c_t} = F^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{(\bar{F} + 2f)}{3}$$

2. *Os market-shares das redes de telefonia móvel serão simétricos quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , porém heterogêneos em relação aos da rede de telefonia fixa, sendo, respectivamente:*

$$\alpha_i^* = \frac{2}{9} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{3}, \forall i = 2,3$$

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{3}$$

3. Se  $\sigma < \bar{\sigma} = \frac{5}{12(\bar{F} - f)} \Rightarrow (\alpha_i^*, \alpha_1^*) \in (0,1), \forall i = 2,3$

*Prova.* Segue a mesma lógica de resolução da Proposição 1. ■

Não é surpresa que o resultado da Proposição 3 seja semelhante ao resultado da Proposição 1, já que esta é um caso especial daquela. Assim as mesmas conclusões feitas ao caso em que as tarifas de interconexão são simétricas podem ser aplicadas aqui, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ .

**Proposição 4.** *Caso a Proposição 3 seja válida:*

1 *A tarifa fixa decresce com um aumento da tarifa de interconexão quando  $a_2 = a_3 = c_t$  será negativa.*

2. *O market-share das redes de telefonia móvel, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , cresce com a sua respectiva tarifa de interconexão. Já o market-share da rede de telefonia fixa irá decrescer com a tarifa de interconexão das redes de telefonia móvel.*

3. *As redes de telefonia móvel irão definir uma tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação.*

*Prova.* Como na Proposição 2, será demonstrado somente o item 3, enquanto os demais itens serão demonstrados no Apêndice.

Tomando a derivada do lucro da rede  $i$  em relação a sua respectiva tarifa de interconexão temos:

$$\frac{\partial \pi_i^*}{\partial \alpha_i} = \frac{248q(p)}{1215} + \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{135} \left( \frac{61}{3} - \sigma(\bar{F} - f) \right) = 2 \frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_i} > 0 \blacksquare$$

As redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação, pois assim conseguem atrair mais clientes, através de uma tarifa fixa mais barata e diminuindo a atratividade da rede de telefonia fixa. Essa redução na tarifa fixa vem de um subsídio da receita extraída do término de ligações *off-net*. A telefonia fixa se torna menos atrativa, pois suas ligações *off-net* serão mais caras em relação às da rede de telefonia móvel e, dependendo da diferenciação do mercado, o *market-share* destas será maior do que o *market-share* daquelas, o que aumenta o efeito de rede do mercado. Com esse número maior de clientes, as redes de telefonia móvel conseguem um lucro maior do que quando a tarifa de interconexão é igual ou menor ao custo marginal de término da ligação.

## 6 COMPETIÇÃO ENTRE TELEFONIAS COM INTEGRAÇÃO FIXA-MÓVEL

A integração neste caso se dará entre uma rede de telefonia móvel com a rede de telefonia fixa. A estrutura de apresentação desta parte segue a mesma fórmula do capítulo anterior, ou seja, primeiramente o modelo com tarifas de interconexão definida de forma coordenada e, posteriormente, tarifas de interconexão definidas unilateralmente. Porém a diferença principal deste capítulo é que a rede de telefonia móvel integrada com a rede de telefonia fixa irá levar em consideração o lucro desta no seu problema de maximização de lucro. É definido que a rede 2 estará integrada com a rede de telefonia 1. O lucro da rede integrada será dado por:

$$\pi_I = \alpha_1(\bar{F} - f) + \alpha_2(F_2 - f + \alpha_2(p_2 - c)q(p_2)) + \sum_{j \neq 2} \alpha_j[(p_{2j} - c_o - a_j)q(p_{2j}) + (a_2 - c_t)q(p_{j2})], \forall j = 1,3 \quad (20)$$

A interpretação de cada termo segue da mesma forma que no caso em que não há integração. O lucro da rede 3 continuará sendo definido como em (5).

### 6.1 Tarifas de interconexão uniformes

Como a definição do lucro da rede 3 não se alterou em relação ao modelo do capítulo anterior, então o Lema 1 para esta firma continuará valendo. Porém não é complicado perceber que o Lema 1 também continuará valendo para a firma integrada. Logo:

**Lema 3.** *Mesmo na presença de integração entre a rede 2 e 1, os resultados do Lema 1 continuarão válidos.*

*Prova.* A prova segue da mesma forma que a do Lema 1, porém levando em consideração que a função lucro da rede 2 deva ser escrita como em (20).

Se o resultado do Lema 1 continua valendo para este caso, então (9) e (10) continuarão válidos. Com esses resultados, chegamos à Proposição 5.

**Proposição 5.** 1. *As tarifas fixas já não serão mais simétricas e, quando  $a = c_t$ , a tarifa fixa cobrada pela rede integrada será maior que a da não integrada, sendo:*

$$F_2^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{3\bar{F}}{5} + \frac{2f}{5} \quad (21)$$

$$F_3^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{2\bar{F}}{5} + \frac{3f}{5} \quad (22)$$

2. *Os market-shares das redes de telefonia móvel também já não mais serão simétricos. Quando  $a = c_t$  estes serão:*

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \sigma(\bar{F} - f) \quad (23)$$

$$\alpha_2^* = \frac{2}{9} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5} \quad (24)$$

$$\alpha_3^* = \frac{2}{9} + \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{5} \quad (25)$$

3. Se  $\sigma < \bar{\sigma} = \frac{5}{9(\bar{F} - f)} \Rightarrow \alpha_1^*, \alpha_2^*, \alpha_3^* \in (0,1)$

*Prova.* Apêndice. ■

Neste ambiente de integração, quando  $a = c_t$ , as firmas 2 e 3 irão estabelecer tarifas fixas maiores do que no caso em que não há integração. Isso se deve ao fato de que, em um modelo com ausência de integração entre fixa e móvel,



as redes de telefonia móvel possuem uma estrutura de problema semelhante. Com a competição forte no varejo entre elas, a tarifa fixa será definida em um nível mais baixo que no ambiente com integração. Já quando esta é incluída no modelo, a telefonia 2 terá que levar em consideração, no seu problema de maximização de lucro, o lucro da rede 1, por isso terá um limite inferior maior que no caso em que não há integração para definir sua tarifa fixa. Como a tarifa fixa da rede integrada será mais elevada que no caso em que não há integração, a rede 3 tem como melhor resposta adotar uma estratégia complementar, ou seja, irá também definir uma tarifa fixa mais alta que no ambiente do capítulo anterior.

Em um ambiente de integração, a rede 2 irá definir uma tarifa fixa mais alta do que a rede de telefonia móvel 3, pois aquela está levando em consideração, na sua função lucro, os clientes da rede 1. Sendo assim, ao colocar uma tarifa mais elevada, a rede 2 atrai menos clientes da rede 1 que no caso em que não há integração. Porém o maior excedente dos consumidores extraído irá compensar essa diminuição no número de clientes. Como os preços das ligações das telefônicas 2 e 3 são idênticos, a tarifa fixa daquela, sendo mais elevada que desta, faz com que 3 tenha um *market-share* maior que 2.

**Proposição 6.** *Caso a proposição 5 seja válida:*

1. *Quando  $a = c_t$ , as tarifas fixas de ambas as redes de telefonia móvel irão decrescer com a tarifa de interconexão.*

2. *Quando  $a = c_t$ , o market-share das redes de telefonia móvel irá crescer com a tarifa de interconexão. Já o market-share da rede de telefonia fixa irá decrescer com a tarifa de interconexão.*

3. Existe um  $\bar{\sigma} < \bar{\sigma}$  tq caso  $\sigma < \bar{\sigma}$ , então a tarifa de interconexão será definida acima do custo marginal de término da ligação.

*Prova.* Assim como no capítulo anterior, será demonstrado aqui somente a prova do item 3, enquanto a demonstração dos demais itens se encontra no Apêndice.

Derivando a função lucro da indústria em função da tarifa de interconexão e analisando quando  $a = c_t$ , temos que:

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial a} = \frac{2q(p)}{3} \left( \frac{35}{81} - \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{25} \left( \frac{247}{9} + \frac{98\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) \right)$$

Observe que, caso seja substituído  $\sigma$  por  $\bar{\sigma}$  na equação acima, esta será negativa. Porém, caso seja assumido que  $\sigma \rightarrow 0$ , a equação acima será positiva. O que significa que  $\exists \sigma t. q. \bar{\sigma} < \bar{\sigma} e \sigma < \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{\partial \Pi}{\partial a} > 0$ . ■

A Proposição 6 tem como resultado que, caso o mercado seja suficientemente diferenciado, as redes de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término. Esse resultado acontece porque, ao estabelecerem a tarifa acima do custo marginal, as redes de telefonia móvel conseguem atrair mais clientes, à custa da rede de telefonia fixa, porque encarecem as ligações do tipo *off-net* desta e utilizam a renda extraída da telefonia fixa para subsidiar as suas respectivas tarifas fixas. Mesmo a rede de telefonia móvel integrada com a fixa terá incentivos para tomar essa ação, pois o aumento na sua receita, devido ao acréscimo do número de clientes e de uma tarifa de interconexão mais elevada, compensa a perda de lucro da rede fixa.

## 6.2 Tarifas de interconexão unilaterais

Assim como no caso em que as tarifas de interconexão são homogêneas, o Lema 1 continuará valendo; quando as tarifas de interconexão são definidas de forma unilateral, o Lema 2 continuará valendo.

**Lema 4.** *Mesmo na presença de integração entre as redes 2 e 1, os resultados do Lema 2 continuarão valendo.*

*Prova.* A prova segue da mesma forma que a do Lema 2, mas levando em consideração que a função lucro da rede 2 deva ser escrita como em (20). ■

Pelo Lema 4, as funções de *market-share* (18) e (19) continuarão valendo para este caso. Antes de prosseguir, é necessária a seguinte suposição:

$$7 > 19\sigma v(p) \quad (26)$$

Esta condição é suficiente para que seja possível chegar às conclusões que seguem.

**Proposição 7.** *Quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , os resultados da Proposição 5 serão válidos para este caso.*

*Prova.* Apêndice. ■

Assim como ocorre em um ambiente em que não existe integração, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , a Proposição 7 será a mesma que a Proposição 5, pois esta é apenas um caso especial daquela. Sendo assim, as mesmas conclusões feitas para aquela podem ser feitas para esta.

**Proposição 8.** *Caso a Proposição 7 seja válida:*

1. Quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , as tarifas fixas irão decrescer caso as tarifas de interconexão da sua própria rede e/ou da rival aumentem.

2. Quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , o market-share das redes de telefonia móvel irão crescer em conjunto com suas respectivas tarifas de interconexão, enquanto decrescem com a tarifa de interconexão da rival.

3. Quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , o market-share da rede de telefonia fixa irá decrescer com a tarifa de interconexão da rede de telefonia móvel se:

$$\sigma < \frac{5(7 - 19\sigma v(p))}{6(\bar{F} - f)(2 + \sigma v(p))} \quad (27)$$

4. Tanto a rede de telefonia integrada quanto a rede de telefonia móvel 3 irão estabelecer a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação.

*Prova.* Será demonstrado somente o item 3, enquanto os demais itens serão demonstrados no Apêndice.

A derivada da firma integrada em relação a sua respectiva tarifa de interconexão será, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$\frac{\partial \pi_I^*}{\partial a_2} = \frac{q(p)}{15} \left( \frac{248}{81} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5(1 - \sigma v(p))} \left( \frac{251 + 49\sigma v(p)}{9} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)(43 + 32\sigma v(p))}{5} \right) \right) > 0$$

E a derivada da rede 3, em relação a sua tarifa de interconexão, será de:

$$\frac{\partial \pi_3^*}{\partial a_3} = \frac{2q(p)}{15} \left( \frac{124}{81} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5} \left( \frac{247}{9} - \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) + \frac{\sigma(1 + 3\sigma v(p))(\bar{F} - f)}{(1 - \sigma v(p))} \left( \frac{1}{9} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) \right) = 2 \frac{\partial \alpha_3^*}{\partial a_3} > 0 \blacksquare$$

Esse resultado mostra que as redes de telefonia irão estabelecer suas tarifas de interconexão acima do custo marginal de término, pois assim obterão um lucro maior do que caso estabelecessem a tarifa abaixo do custo marginal. Isso acontece porque, ao estabelecerem a tarifa acima do custo marginal, conseguem atrair mais clientes para as redes de telefonia móvel, pois encarecem as ligações do tipo *off-net* das rivais e utilizam a renda extraída da telefonia fixa para subsidiar a suas respectivas tarifas fixas. Mesmo a rede de telefonia móvel integrada com a fixa terá incentivos para tomar essa ação, pois o aumento na sua receita, devido ao acréscimo no número de clientes, compensa a perda de lucro da rede fixa.

Os resultados encontrados neste capítulo e no anterior são semelhantes e por isso apresentam uma solução plausível, através de uma suposição nova, para a dissonância entre os resultados da literatura dominante de competição entre redes de telefonia e a realidade.

## 7 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo apresentar uma possível solução para a dissonância entre os resultados da literatura dominante de competição entre redes de telefonia e as evidências empíricas. Trabalhos importantes na literatura vinham mostrando que, em um ambiente de tarifa em duas partes e discriminação de preços quanto ao destino da ligação, tem-se como principal resultado que as empresas de telefonia móvel irão definir a tarifa de interconexão abaixo do custo marginal de término da ligação. Porém, esse resultado não se traduz na realidade, onde há uma preocupação entre as reguladoras quanto ao nível das tarifas de interconexão estar demasiadamente elevado e a oposição das operadoras a cada resolução de diminuição desta por parte das reguladoras.

É claro que esta dissertação não é o primeiro trabalho que demonstra esta preocupação. Diversos autores anteriormente, de diferentes formas, tentaram realinhar a teoria com a realidade. Porém este trabalho contribui com uma forma distinta da dos demais autores: assume que a definição da tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação surge como estratégia de competição, por parte das redes de telefonia móvel, entre elas e entre a telefonia fixa. Dito de forma mais simples: este trabalho trata que as redes de telefonia móvel e de telefonia fixa competem em um mesmo mercado. Essa não é uma hipótese absurda de ser feita, já que hoje é possível notar empresas de telefonia móvel competindo diretamente com redes de telefonia fixa, sem que aquelas sejam necessariamente integradas a uma destas ou montem uma estrutura de redes de telefonia fixa.

Para tratar o problema, este trabalho apresentou um modelo baseado em Hoernig (2010), onde existirão três redes de telefonia, sendo uma rede de telefonia

fixa e as demais redes de telefonia móvel, possivelmente assimétricas, competindo entre si. São explorados os casos em que as redes de telefonia móvel irão definir uma tarifa de interconexão de forma coordenada e quando as redes de telefonia móvel definem as tarifas de interconexão de forma unilateral. Esses dois casos são tratados primeiramente em um ambiente em que não exista integração de uma das redes de telefonia móvel com a rede de telefonia fixa. Posteriormente, foi incorporada ao modelo a existência de uma rede de telefonia móvel integrada à fixa.

Como resultado geral, é encontrado que, caso as redes sejam suficientemente diferenciadas, existirá um mercado compartilhado pelas operadoras de telefonia móvel e fixa e que aquelas irão definir a tarifa de interconexão acima do custo marginal de término da ligação. As redes de telefonia móvel terão somente duas fontes de receita: através de tarifas fixas e de término das ligações.

Com as tarifas de interconexão elevadas, as redes de telefonia móvel irão extrair clientes da rede de telefonia fixa, pois encarecem as ligações *off-net* destas redes, enquanto as ligações *off-net* para redes de telefonia fixa continuarão iguais ao custo marginal de uma ligação. Acrescente o fato de que, a não ser que as redes sejam extremamente diferenciadas, o *market-share* das redes de telefonia móvel será maior do que o da rede de telefonia fixa, o que, em conjunto com a diferenciação dos preços de ligações *on-net/off-net*, irá aumentar o efeito de rede, já que os consumidores irão preferir ser clientes de redes maiores. Outra forma que as redes de telefonia móvel irão utilizar para atrair mais clientes da rede de telefonia fixa será através de um subsídio das tarifas fixas daquelas, custeadas pelas elevadas tarifas de interconexão. Na verdade, essas tarifas fixas serão utilizadas para atrair mais clientes das redes de telefonia fixa, entretanto será uma forma

também de intensificar a competição entre as redes de telefonia móvel por esses clientes.

Como o mercado é suficientemente diferenciado, a receita do término de ligações, em conjunto com o acréscimo de clientes das redes de telefonia móvel, compensa a diminuição do nível da tarifa fixa e faz com que valha a pena para as operadoras definirem suas tarifas de interconexão acima do custo marginal de término da ligação.

Porém existem outros resultados que devem ser destacados. Quando se olha para o caso em que as tarifas de interconexão estão no mesmo nível do custo marginal de término da ligação, encontramos os seguintes resultados:

1) Em um ambiente em que uma das redes de telefonia móvel é integrada à rede de telefonia fixa, o nível das tarifas fixas será mais elevado que no ambiente sem integração. Isso se deve ao fato de que, em um modelo com ausência de integração entre fixa e móvel, as redes de telefonia móvel possuem uma estrutura de problema semelhante e com uma competição entre elas forte no varejo. Logo a tarifa fixa será definida em um nível mais baixo que no ambiente com integração.

2) O *market-share* da rede de telefonia fixa cresce com a diferenciação do mercado.

Esses resultados não apenas apresentam uma explicação teórica para as evidências de tarifas de interconexão elevadas, mas também sugere que a sua causa provável a assimetria regulatória comumente observada nas telefonias fixa e móvel. A escolha de regular ou não um determinado preço é tipicamente discreta e relacionada às características do setor objeto da regulação. Construída em uma época em que não havia controvérsias sobre a sua característica de monopólio



natural, a regulação de telefonia fixa tipicamente inclui a regulação de preços. No caso da telefonia móvel, por sua vez, a concorrência entre operadoras fez com que diversas jurisdições optassem por não regular preços e tarifas de interconexão. Ocorre que a crescente pressão competitiva entre as duas modalidades de telefonia, impulsionada pela inovação tecnológica, coloca em cheque o modelo de regulação assimétrica entre as duas modalidades de telefonia. As distorções observadas nos resultados do modelo, consistentes com as evidências anedóticas, decorrem do incentivo para manipulação da tarifa de interconexão da rede móvel para atrair clientes da telefonia fixa. Os resultados indicam que política pública deve se atentar às mudanças de mercado, de origem tecnológica ou não, que afetem a pressão competitiva entre serviços sujeitos a regulações distintas. Havendo algum grau de concorrência entre os diferentes serviços, a regulação assimétrica pode gerar distorções que reduzem o bem estar social, abrindo espaço para se discutir a pertinência de uma regulação comum.

## REFERÊNCIAS

ARMSTRONG, Mark. **Network Interconnection in Telecommunications**. Economic Journal, Royal Economic Society, v. 108, n. 448, p. 545-64, maio 1998.

ARMSTRONG, Mark; WRIGHT, Julian. **Mobile Call Termination**. Economic Journal, Royal Economic Society, v. 119, n. 538, p. F270-F307, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE TELECOMUNICAÇÕES (TELEBRASIL); TELECO. **O Setor de Telecomunicações no Brasil: uma visão estruturada**. [S.l.], dez. 2013, p. 46.

BAIGORRI, Carlos M. **Tarifa de Interconexão no Brasil**. 2009. 63 f. Dissertação (Mestrado em Economia de Empresas) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2009.

BERGER, Ulrich. **Access Charges in the Presence of Call Externalities**, The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy, De Gruyter, v. 3, n. 1, p. 1-18, jan. 2005.

BOTELHO, Thiago C. H. **Análise do Bem-Estar da Regulação do Preço da Interconexão Móvel no Brasil**. 2011. 64 f. Dissertação (Mestre em Economia de Empresas) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2011.

BOURREAU, Marc; CAMBINI, Carlo; HOERNIG, Steffen. **Fixed-Mobile Integration**. CEPR Discussion Papers 9361, C.E.P.R. Discussion Papers, 2013

BRASIL. Ministério da Justiça: Secretaria de Direito Econômico. Processo Administrativo. 08012.008501/2007-91. Global Village Telecom Ltda.; Intelig Telecomunicações Ltda.; Transit do Brasil Ltda.; Easytone Telecomunicações Ltda.; Americel S.A.; Claro S.A.; Tim Brasil Serviços e Participações S.A.; TNL PCS S.A.; Vivo S.A. Brasília, 2007.

CALZADA, Joan; VALLETTI, Tommaso M. **Network Competition and Entry Deterrence**. *Economic Journal*, Royal Economic Society, v. 118, n. 531, p. 1223-1244, 2008.

CHEN, Yongmin; RIORDAN, Michael H. **Price and Variety in the Spokes Model**. *Economic Journal*, Royal Economic Society, v. 117, n. 522, p. 897-921, 2007.

DESSEIN, Wouter. **Network Competition in Nonlinear Pricing**, *RAND Journal of Economics*, The RAND Corporation, v. 34, n. 4, p. 593-611, inverno 2003.

\_\_\_\_\_. **Network competition with heterogeneous customers and calling patterns**. *Information Economics and Policy*, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 323-345, set. 2004.

DIPPON, Christian M. **Fixed-Mobile Convergence. Economic Motivations and Market Implications**. NERA Economic Consulting, San Francisco (USA), jun. 2005

E SILVA, Abraão B. **Remuneração das Redes de Telefonia Móvel no Brasil**. 2011. 173 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Regulação e Gestão de Negócios) – Universidade de Brasília, Brasília, 2011.

GANS, Joshua S.; KING, Stephen P. **Using “bill and keep” interconnect arrangements to soften network competition**. *Economics Letters*, Elsevier, v. 71, n. 3, p. 413-420, jun. 2001.

GENAKOS, Christos; VALLETTI, Tommaso. **Testing The “Waterbed” Effect In Mobile Telephony**. *Journal of the European Economic Association*, European Economic Association, v. 9, n. 6, p. 1114-1142, dez. 2011.

\_\_\_\_\_. **Regulating prices in two-sided markets: The water bed experience in mobile telephony**. *Telecommunications Policy*, 2012.

HARBORD, David; PAGNOZZI, Marco. **Network-Based Price Discrimination an 'Bill-and-Keep' vs. 'Cost-Based' Regulation of Mobile Termination Rates.** Review of Network Economics, The Berkeley Electronic Press, v. 9, n. 1, p. 1-44, 2010.

HARBORD, David; HOERNIG, Steffen. **Welfare Analysis of Regulating Mobile Termination Rates in the UK with an Application to the Orange/T-Mobile Merger.** FEUNL Working Paper Series wp571, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Economia, 2012.

HOERNIG, Steffen. **On-net and off-net pricing on asymmetric telecommunications networks.** Information Economics and Policy, Elsevier, v. 19, n. 2, p. 171-188, jun. 2007.

\_\_\_\_\_. **Competition Between Multiple Asymmetric Networks: Theory and Applications.** CEPR Discussion Papers 8060, C.E.P.R. Discussion Papers, 2010.

HOERNIG, Steffen; INDERST, Roman; VALLETTI, Tommaso. **Calling Circles: Network Competition with Non-Uniform Calling Patterns.** CEIS Research Paper 206, Tor Vergata University, CEIS, revisto em 04 jul. 2011.

HURKENS, Sjaak; JEON, Doh-Shin. **A Retail Benchmarking Approach to Efficient Two-way Access Pricing: No Termination-Based Price Discrimination.** The RAND Journal of Economics, v. 39, n. 3, p. 822-849, outono 2008.

\_\_\_\_\_. **A Retail Benchmarking Approach to Efficient Two-Way Access Pricing: Termination-Based Price Discrimination with Elastic Subscription Demand.** Working Papers 08-41, NET Institute, revisto em nov. 2008.

HURKENS, Sjaak; LÓPEZ, Ángel L. **Mobile termination, network externalities, and consumer expectations.** IESE Research Papers D/850, IESE Business School, 2010.

\_\_\_\_\_. **The Welfare Effects of Mobile Termination Rate Regulation in Asymmetric Oligopolies: the Case of Spain.** Telecommunications Policy, v. 36, n. 5, p. 369-381, jun. 2012.

INDERST, Roman; VALLETTI, Tommaso. **Buyer Power and the Water Bed Effect.** Journal of Industrial Economics, v. 59, n. 1, p. 1-20, mar. 2011.

JEON, Doh-Shin; LAFFONT, Jean J.; TIROLE, Jean. **On the Receiver Pays Principle.** The RAND Journal of Economics, v. 35, n. 1, p. 85-110, primavera 2004.

JULLIEN, Bruno; REY, Patrick. **Notes on the Economics of Termination Charges,** Open Access publications from University of Toulouse 1 Capitole <http://neeo.univ-tlse1.fr>, University of Toulouse 1 Capitole.

JULLIEN, Bruno; REY, Patrick; SAND-ZANTMAN, Wilfried. **Termination fees revisited.** International Journal of Industrial Organization, Elsevier, v. 31, n. 6, p. 738-750, 2013.

KATZ, Michael L.; SHAPIRO, Carl. **Network Externalities, Competition, and Compatibility.** American Economic Review, American Economic Association, v. 75, n. 3, p. 424-40, jun. 1985.

LAFFONT, Jean J.; REY, Patrick; TIROLE, Jean. **Network Competition: I. Overview and Nondiscriminatory Pricing.** The RAND Journal of Economics, v. 29, n. 1, p. 1-37, primavera 1998.

\_\_\_\_\_. **Network Competition: II. Price Discrimination.** The RAND Journal of Economics, v. 29, n. 1, p. 38-56, primavera 1998.

LITTLECHILD, Stephen.C. **Mobile Termination Charges: Calling Party Pays versus Receiving Party Pays (original and revised versions).** Cambridge Working Papers in Economics 0426, Faculty of Economics, University of Cambridge, 2004.

LÓPEZ, Ángel L.; REY, Patrick. **Foreclosing Competition through Access Charges and Price Discrimination.** IDEI Working Paper, n. 570, jun. 2009, revisto fev. 2012.

MU, H. **Fixed-Mobile Interconnection under Competition**. Artigo Não Publicado, 2008.

THE INTERNATIONAL BANK FOR RECONSTRUCTION AND DEVELOPMENT; THE WORLD BANK, INFODEV; THE INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. **Telecommunications Regulation Handbook**. Colin Blackman; Lara Srivastava. Washington, D.C.: The World Bank, 2011, p. 254.

## APÊNDICE

*Prova Proposição 1.*

1) Primeiro é resolvido o problema de maximização do lucro da rede de telefonia  $i$  em relação a sua respectiva tarifa fixa. Logo o problema a ser resolvido será:

$$\text{máx}_{F_i} \alpha_i (F_i - f + (1 - \alpha_i)(a - c_t)q(\hat{p})), \forall i = 2,3$$

A condição de primeira ordem será:

C.P.O

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} (F_i - f + (a - c_t)q(\hat{p})) + \alpha_i \left( 1 - 2 \frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} (a - c_t)q(\hat{p}) \right) = 0$$

De (9) temos que:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = - \frac{\rho (2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})))}{(1 - \rho(v(p) - v(\hat{p})))^2} \quad (9a)$$

Utilizando o resultado de (9a) na CPO acima e utilizando o fato de que o problema é simétrico para a rede  $j$ , chega-se ao resultado de que as tarifas fixas serão simétricas entre as redes e será:

$$F = H \left[ \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) (f - (a - c_t)q(\hat{p})) \right. \\ \left. + \frac{\left( 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right)}{1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \left( \frac{1}{3\sigma} \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{F} \right) \right]$$

Onde:

$$H = \frac{1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2}{(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2)(3 + 4\rho(v(p) - v(\hat{p}))) + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p})(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) + (1 + 3\rho(v(p) - v(\hat{p})))}$$

Então, quando  $a = c_t$ :

$$F^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{\bar{F} + 2f}{3}$$

2) Substituindo (11) em (9) e (10) e levando em conta que  $a = c_t$ , é encontrado:

$$\alpha_i^* = \frac{2}{9} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{3}$$

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{3}$$

3) Basta analisar para quando os resultados do item anterior serão positivos, porém menores que 1. ■

*Prova Proposição 2.*



1) A derivada da tarifa fixa em relação à tarifa de interconexão será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a} = & H' \left[ \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) (f - (a - c_t)q(\hat{p})) \right. \\ & + \frac{\left( 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right)}{1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \left( \frac{1}{3\sigma} \right. \\ & \left. \left. + \bar{F} \right) \right] + H \left[ \left( \rho'(v(p) - v(\hat{p})) + \rho q(\hat{p}) \right) (f - (a - c_t)) \right. \\ & + \left( -q(\hat{p}) - (a - c_t)q'(\hat{p}) \right) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) + \left( \frac{1}{3\sigma} \right. \\ & \left. \left. + \bar{F} \right) \left( \frac{-2 \left( \rho' \rho(v(p) - v(\hat{p}))^2 + \rho^2 q(\hat{p})(v(p) - v(\hat{p})) \right) +}{\left( 1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right)^2} \right) \right. \\ & \left. \frac{2 \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \left( \rho'(a - c_t)q(\hat{p}) + \rho q(\hat{p}) + \rho(a - c_t)q'(\hat{p}) + 2\rho^2(a - c_t)q(\hat{p})^2 \right)}{\left( 1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right)^2} \right. \\ & \left. \frac{\left\{ 1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right\} - \left\{ \rho'(v(p) - v(\hat{p})) \right\} \left\{ 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right\}}{\left( 1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right)^2} \right] \end{aligned}$$

Quando  $a = c_t$  e a Proposição 1 for válida:

- Se  $\bar{F} > 13f$ , então  $\sigma < \frac{17}{3(\bar{F} - 13f)} \Rightarrow \frac{\partial F^*}{\partial a} = \frac{q(p)}{9} \left( \frac{-17}{3} + \sigma(\bar{F} - 13f) \right) < 0$
- Caso  $\bar{F} < 13f \Rightarrow \frac{\partial F^*}{\partial a} < 0$

2) A derivada do *market-share* da rede  $i$  é de:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial a} = \left( \frac{\rho' (1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) - \rho (\rho' (v(p) - v(\hat{p})) + \rho q(\hat{p}))}{(1 + \rho(v(p) - v(\hat{p})))^2} \right) \left( \frac{1}{3\sigma} - (F - \bar{F}) \right) - \frac{\rho}{1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \frac{\partial F}{\partial a}$$

Quando  $a = c_t$  e a Proposição 1 for válida:

$$\frac{\partial \alpha_i^*}{\partial a} = \frac{\sigma q(p)}{9} \left( \frac{23}{3} + \sigma(5\bar{F} + 7f) \right) > 0$$

A derivada do *market-share* da telefonia fixa em relação à tarifa de interconexão será:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial a} = \rho'_1 \left[ \frac{1}{3\sigma} - (v(p) - v(\hat{p}) + 2(\bar{F} - F)) \right] + \rho_1 \left[ -q(\hat{p}) + 2 \frac{\partial F}{\partial a} \right]$$

Quando  $a = c_t$  e a Proposição 1 for válida:

$$\frac{\partial \alpha_1^*}{\partial a} = -\frac{2\sigma q(p)}{9} \left( \frac{23}{3} + \sigma(5\bar{F} + 7f) \right) < 0 \blacksquare$$

*Prova Proposição 3.*

1) Tomando a derivada de (19) em relação a  $F_i$ :

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial F_i} = \rho \left[ \sigma \left( 3\sigma (v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2 \right) \right] (19a), \forall i \neq j.$$

Logo o problema da rede  $i$  será:

$$\max_{F_i} \alpha_i (F_i - f + (1 - \alpha_i)(a_i - c_t)q(\hat{p}_i))$$

A condição de primeira ordem será:

$$\begin{aligned}
F_i &= \frac{1}{2 \left( 1 - \rho(a_i - c_t)q(\hat{p}_i) \left( 3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma \right) \right)} [f - (a_i - c_t)q(\hat{p}_i)] \\
&\quad - \frac{\left[ 1 - 2\rho(a_i - c_t)q(\hat{p}_i) \left( 3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma \right) \right] \left[ \frac{1}{3} - \sigma (v(p) - v(\hat{p}_j)) \right] +}{3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma} \\
&\quad \frac{\sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma (v(p) - v(\hat{p}_j)) \right) + \sigma F_j}{3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma}
\end{aligned}$$

Pela simetria do problema, sabe-se que:

$$\begin{aligned}
F_j &= \frac{1}{2 \left( 1 - \rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j) \left( 3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma \right) \right)} [f - (a_j - c_t)q(\hat{p}_j)] \\
&\quad - \frac{\left[ 1 - 2\rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j) \left( 3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma \right) \right] \left[ \frac{1}{3} - \sigma (v(p) - v(\hat{p}_i)) \right] +}{3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma} \\
&\quad \frac{\sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma (v(p) - v(\hat{p}_i)) \right) + \sigma F_i}{3\sigma^2 (v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma}
\end{aligned}$$

Substituindo esta expressão de  $F_j$  em  $F_i$ :

$$\begin{aligned}
F_i = H & [2 \left( 1 - \rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma) \right) \left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_j)) \right) \\
& - 2\sigma \left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma \right) (f - (a_i - c_t)q(\hat{p}_i)) - 2(1 \\
& - \rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma) \left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma \right) (1 \\
& - 2\rho(a_i - c_t)q(\hat{p}_i) \left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma \right) \left\{ \frac{1}{3} - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_j)) \right\} \\
& + \sigma \bar{F} (1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_j))) \\
& + \frac{\sigma}{2(1 - \rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma))} (f - (a_j - c_t)q(\hat{p}_j)) \\
& - \frac{\left[ \frac{1}{3} - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_i)) + \sigma \bar{F} (1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_i))) \right]}{3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma} \\
& \left. \frac{[1 - 2\rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma)]}{\sigma} \right]
\end{aligned}$$

Onde

$$\begin{aligned}
H & = \frac{1}{4(1 - \rho(a_i - c_t)q(\hat{p}_i)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma)(1 - \rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma))(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma)} \\
& \frac{1}{\left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma \right) - \sigma^2 \left[ 1 - 2\rho(a_i - c_t)q(\hat{p}_i) \left( 3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_j)) - 2\sigma \right) \right]} \\
& \frac{1}{\left[ 1 - 2\rho(a_j - c_t)q(\hat{p}_j)(3\sigma^2(v(p) - v(\hat{p}_i)) - 2\sigma) \right]}
\end{aligned}$$

Quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , as tarifas fixas de ambas as redes de telefonia móvel serão iguais a:

$$F^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{\bar{F} + 2f}{3}$$

2) Substituindo o resultado do item anterior em (19), chegamos aos mesmos *market-shares* encontrados na Proposição 1.

3) Segue da mesma forma que na Proposição 1. ■

*Prova Proposição 4.*

1) Utilizando a expressão geral de  $F_i$  encontrado na prova anterior, é possível encontrar a derivada desta tarifa fixa em relação às tarifas de interconexão, assim como a derivada da tarifa da rival. Tomando a derivada e já analisando quando  $a_2 = a_3 = c_t$ , devido à extensão da expressão geral desta derivada, temos:

$$\frac{\partial F_i^*}{\partial a_i} = \frac{q(p)}{45} \left( -\frac{43}{3} + 29\sigma(\bar{F} - f) \right) < 0 \Rightarrow \sigma < \frac{43}{87(\bar{F} - f)}$$

Logo:

$$\frac{\partial F_j^*}{\partial a_i} = -\frac{2q(p)}{45} \left( \frac{11}{3} + 2\sigma(\bar{F} - f) \right) < 0$$

2) Tomando a derivada do *market-share* da rede  $i$  em relação a sua respectiva tarifa de interconexão e analisando quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$\frac{\partial \alpha_i^*}{\partial a_i} = \frac{2\sigma q(p)}{45} \left( \frac{62}{3} - \sigma(\bar{F} - f) \right) > 0 \Rightarrow \sigma < \frac{62}{3(\bar{F} - f)}$$

Pela simetria do problema, a derivada da telefonia fixa em relação à tarifa de interconexão de suas rivais será negativa. ■

*Prova Proposição 5.*

1) Resolvendo o problema de maximização do lucro para a rede de telefonia integrada:

$$\text{máx}_{F_2} \alpha_1(\bar{F} - f) + \alpha_2(F_2 - f + (1 - \alpha_2)(a - c_t)q(\hat{p}))$$

Utilizando (9a) e o fato de a derivada do *market-share* da rede de telefonia fixa em relação à tarifa fixa da rede de 2 ser:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_2} = \rho_1$$

Então a condição de primeira ordem do problema de maximização acima será:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial F_2} (\bar{F} - f) + \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2} (F_2 - f + (a - c_t)q(\hat{p})) + \alpha_2 \left( 1 - 2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial F_2} (a - c_t)q(\hat{p}) \right) = 0$$

Substituindo os resultados acima, chega-se:

$$F_2 = \frac{(1 - \rho(v(p) - v(\hat{p})))}{2 \left( (1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p})))^2 + \rho(a - c_t)q(\hat{p}) (2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) \right)}$$

$$\left[ \frac{\rho_1 (1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) (1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p})))^2 (\bar{F} - f)}{\rho (2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})))} \right.$$

$$+ (1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) (f - (a - c_t)q(\hat{p}))$$

$$+ \frac{(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p})))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) (2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})))}{2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \left( \frac{1}{3\sigma} \right.$$

$$\left. \left. + \bar{F} + \frac{(1 + 2\rho(v(p) - v(\hat{p}))) F_3}{1 - \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \right) \right]$$

Pela simetria do problema,  $F_3$  será então:

$$F_3 = \frac{(1 - \rho(v(p) - v(\hat{p})))}{2 \left( (1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p})))^2 + \rho(a - c_t)q(\hat{p}) (2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))) \right)}$$

$$\left[ \begin{aligned} & \left(1 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right) (f - (a - c_t)q(\hat{p})) \\ & + \frac{\left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right)\right)}{2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \left(\frac{1}{3\sigma}\right. \\ & \left. + \bar{F} + \frac{\left(1 + 2\rho(v(p) - v(\hat{p}))\right) F_2}{1 - \rho(v(p) - v(\hat{p}))}\right) \end{aligned} \right]$$

Substituindo  $F_3$  em  $F_2$ , encontra-se a expressão geral desta:

$$\begin{aligned} & F_2 \\ & = H \left[ \frac{\rho_1 \left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))\right)^2 (\bar{F} - f)}{\rho} \right. \\ & + \left\{ 2 \left(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right) \left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))\right)^2 \right. \\ & + \left. \rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right)\right\} \\ & + \left(1 + 2\rho(v(p) - v(\hat{p}))\right) \left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))\right)^2 \\ & + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left(2 \right. \\ & + \left. \rho(v(p) \right. \\ & \left. - v(\hat{p}))\right)\left.\right\} \frac{\left(1 - \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right)}{2 \left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))\right)^2 + \rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right)} \left[ \left(1 \right. \right. \\ & + \left. \left. \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right) (f - (a - c_t)q(\hat{p})) \right. \\ & \left. + \frac{\left(1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))\right)^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left(2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))\right)}{2 + \rho(v(p) - v(\hat{p}))} \left(\frac{1}{3\sigma} + \bar{F}\right) \right] \end{aligned}$$

Onde:

$H$

$$= \frac{2 \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \left( 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + \rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right)}{4 \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right)^2 \left( 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + \rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right)^2}$$


---


$$- \left( 1 + 2\rho(v(p) - v(\hat{p})) \right)^2 \left( 1 - \rho^2(v(p) - v(\hat{p}))^2 + 2\rho(a - c_t)q(\hat{p}) \left( 2 + \rho(v(p) - v(\hat{p})) \right) \right)^2$$

Quando  $a = c_t$ , então:

$$F_2^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{3\bar{F} + 2f}{5}$$

Substituindo este último resultado em  $F_3$  e analisando quando  $a = c_t$ :

$$F_3^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{2\bar{F} + 3f}{5}$$

2) Com os resultados do item anterior e analisando quando  $a = c_t$ , é possível encontrar a expressão dos *market-shares* das diferentes redes:

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \sigma(\bar{F} - f)$$

$$\alpha_2^* = \frac{2}{9} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5}$$

$$\alpha_3^* = \frac{2}{9} + \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{5}$$

3) Basta analisar os casos em que os *market-shares* acima são positivos e menores que 1. ■

*Prova Proposição 6:*



1) Dada a grande extensão das derivadas e sua expressão geral, somente colocarei o resultado quando  $a = c_t$ . Tomando a derivada da tarifa fixa da rede 2 em relação à tarifa de interconexão, teremos:

$$\frac{\partial F_2^*}{\partial a} = -\frac{q(p)}{3} \left( \frac{13}{9} + \frac{19\sigma(\bar{F} - f)}{25} \right) < 0$$

Utilizando esse resultado, é possível encontrar que:

$$\frac{\partial F_3^*}{\partial a} = \frac{q(p)}{3} \left( -\frac{13}{9} + \frac{44\sigma(\bar{F} - f)}{25} \right) < 0 \Rightarrow \sigma < \frac{325}{396(\bar{F} - f)}$$

2) Usando os resultados do item anterior, basta tomar a derivada dos *market-shares* das diferentes redes e analisá-los quando  $a = c_t$ :

$$\frac{\partial \alpha_2^*}{\partial a} = \frac{\sigma q(p)}{3} \left( \frac{19}{9} + \frac{52\sigma(\bar{F} - f)}{25} \right) > 0$$

$$\frac{\partial \alpha_3^*}{\partial a} = \frac{\sigma q(p)}{3} \left( \frac{19}{9} - \frac{2\sigma(\bar{F} - f)}{3} \right) > 0 \Rightarrow \sigma < \frac{475}{18(\bar{F} - f)}$$

$$\frac{\partial \alpha_1^*}{\partial a} = \frac{2q(p)}{3} \left( -\frac{19}{9} - \sigma(\bar{F} - f) \right) < 0 \blacksquare$$

### *Prova Proposição 7*

1) Resolvendo o problema de maximização do lucro para a rede de telefonia integrada:

$$\max_{F_2} \alpha_1(\bar{F} - f) + \alpha_2(F_2 - f + (1 - \alpha_2)(\alpha_2 - c_t)q(\hat{p}_2))$$

Usando (19a), chega-se à condição de primeira ordem, onde:

$$F_2 = \frac{1}{2(1 + \rho\sigma(\alpha_2 - c_t)q(\hat{p}_2)(2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)))} [$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho_1 \left( 1 + \rho \sigma \left( v(\hat{p}_3) - v(\hat{p}_2) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \right) \right) (\bar{F} - f)}{\rho \sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right)} + f - (a_2 - c_t)q(\hat{p}_2) \\
& + \frac{\left( 1 + 2\rho \sigma (a_2 - c_t)q(\hat{p}_2) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \right)}{\sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right)} \left( \frac{1}{3} - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \\
& + \sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) + \sigma F_3]
\end{aligned}$$

Logo, seguindo o mesmo método de resolução, chega-se que

$$\begin{aligned}
F_3 = & \frac{1}{2(1 + \rho \sigma (a_3 - c_t)q(\hat{p}_3) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right))} [ \\
& + f - (a_3 - c_t)q(3) + \frac{\left( 1 + 2\rho \sigma (a_3 - c_t)q(\hat{p}_3) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) \right)}{\sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right)} \left( \frac{1}{3} \right. \\
& \left. - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) + \sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) + \sigma F_2]
\end{aligned}$$

Substituindo  $F_3$  em  $F_2$ , é possível encontrar a expressão geral para a tarifa

fixa da telefonia 2:

$$\begin{aligned}
F_2 = H & \left[ \frac{\rho_1 \left( 1 + \rho \sigma \left( v(\hat{p}_3) - v(\hat{p}_2) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \right) \right) (\bar{F} - f)}{\rho \sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right)} + f \right. \\
& - (a_2 - c_t)q(\hat{p}_2) \\
& + \frac{\left( 1 + 2\rho \sigma (a_2 - c_t)q(\hat{p}_2) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \right)}{\sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right)} \left. \left\{ \frac{1}{3} - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right. \right. \\
& + \sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_3)) \right) \\
& + \frac{\sigma}{2 \left( 1 + \rho \sigma (a_3 - c_t)q(\hat{p}_3) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) \right)} \left. \left[ f - (a_3 - c_t)q(\hat{p}_3) \right. \right. \\
& + \frac{\left( 1 + 2\rho \sigma (a_3 - c_t)q(\hat{p}_3) \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) \right)}{\sigma \left( 2 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right)} \left. \left( \frac{1}{3} - \sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \sigma \bar{F} \left( 1 - 3\sigma(v(p) - v(\hat{p}_2)) \right) \right] \right\} \left. \right]
\end{aligned}$$

Analisando quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$F_2^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{3\bar{F} + 2f}{5}$$

Substituindo esse resultado em  $F_3$ :

$$F_3^* = \frac{1}{9\sigma} + \frac{2\bar{F} + 3f}{5}$$

2) Com os resultados do item anterior, basta substituir nas funções de *market-share* das redes de telefonia e analisar quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$\alpha_1^* = \frac{5}{9} - \sigma(\bar{F} - f)$$

$$\alpha_2^* = \frac{2}{9} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5}$$

$$\alpha_3^* = \frac{2}{9} + \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{5}$$

3) Basta analisar para qual intervalo de  $\sigma$  os resultados do item anterior são positivos e menores que 1. ■

*Prova Proposição 8:*

1) Como a expressão geral da derivada das tarifas fixas é muito extensa, somente será apresentado o resultado quando  $a_2 = a_3 = c_t$ . Derivando primeiramente a tarifa fixa da rede 2 por sua tarifa de interconexão:

$$\frac{\partial F_2^*}{\partial a_2} = \frac{q(p)}{15} \left( -\frac{43}{9} + \frac{13\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) < 0 \Rightarrow \sigma < \frac{215}{117(\bar{F} - f)}$$

Observando a derivada da tarifa fixa da rede 2 em relação à tarifa de interconexão de sua rival:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2^*}{\partial a_3} &= \frac{2q(p)}{15} \left( -\frac{11}{9} - \sigma(\bar{F} - f) \left[ -\frac{1}{5} + \frac{(1 + 3\sigma v(p))}{1 - \sigma v(p)} \right] \right) < 0 \Rightarrow \sigma \\ &> \frac{-55(1 - \sigma v(p))}{36(\bar{F} - f)(1 + \sigma v(p))} \end{aligned}$$

Utilizando o mesmo raciocínio para a telefonia 3, chega-se:

$$\frac{\partial F_3^*}{\partial a_2} = \frac{2q(p)}{15} \left( -\frac{11}{9} - \frac{4\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) < 0$$

$$\frac{\partial F_3^*}{\partial a_3} = \frac{q(p)}{15} \left( -\frac{43}{9} + \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{2} \left[ \frac{1}{5} + \frac{(1 + 3\sigma v(p))}{1 - \sigma v(p)} \right] \right) < 0 \Rightarrow \sigma < \frac{215}{(\bar{F} - f)(3 + 7\sigma v(p))}$$

2) Analisando o efeito das diversas tarifas de interconexão sobre o *market-share* das redes, temos, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$\frac{\partial \alpha_2^*}{\partial a_2} = \frac{4\sigma q(p)}{15} \left( \frac{31}{9} - \frac{\sigma(\bar{F} - f)}{5} \right) > 0 \Rightarrow \sigma < \frac{155}{9(\bar{F} - f)}$$

$$\frac{\partial \alpha_3^*}{\partial a_3} = \frac{\sigma q(p)}{15} \left( \frac{124}{9} + \sigma(\bar{F} - f) \left( -\frac{1}{5} + \frac{(1 + 3\sigma v(p))}{1 - \sigma v(p)} \right) \right) > 0 \Rightarrow$$

$$\sigma > \frac{-155(1 - \sigma v(p))}{9(\bar{F} - f)(1 + \sigma v(p))}$$

$$\frac{\partial \alpha_3^*}{\partial a_2} = \frac{\sigma q(p)}{15} \left( -\frac{29}{9} + \frac{14(\bar{F} - f)}{5} \right) < 0 \Rightarrow \sigma < \frac{145}{126(\bar{F} - f)}$$

3) Analisando o *market-share* da telefonia fixa, quando  $a_2 = a_3 = c_t$ :

$$\frac{\partial \alpha_1^*}{\partial a_2} = \frac{\sigma q(p)}{1 - \sigma v(p)} \left[ -\frac{(7 + 19\sigma v(p))}{27} + \frac{2\sigma(\bar{F} - f)(2 + \sigma v(p))}{15} \right]$$

Daqui é fácil enxergar a condição da proposição. ■

