Introdução à Inferência Bayesiana

Démerson André Polli

ENAP - 07/01/2020 (aula 04)

Pacotes para ajuste de modelo VAR Bayesiano no R

- Na aula anterior foi apresentado o pacote `bvartools` que permite o ajuste do VAR Bayesiano, porém com a necessidade de escrever o algoritmo Gibbs *na mão*.

- Uma opção interessante é o pacote `bvars` desenvolvido por *Joerg Rieger* http://http://www.joergrieger.net/.

- A instalação deste pacote é simples, mas requer a obtenção de código externo ao CRAN:

```
install.packages("remotes")
remotes::install_github("joergrieger/bvar")
```

Pacotes para ajuste de modelo VAR Bayesiano no R

- Na aula anterior foi apresentado o pacote `bvartools` que permite o ajuste do VAR Bayesiano, porém com a necessidade de escrever o algoritmo Gibbs *na mão*.

- Outra opção interessante é o pacote BVAR desenvolvido por *Nikolas Kuschnig* e *Lukas Vashold*. Este será o pacote usado nesta apresentação. Para instalar o pacote, faça:

```
install.packages("BVAR")
```

Modelo VAR (Vetor AutoRegressivo)

O modelo VAR (Vetor AutoRegressivo) é utilizado para ajustar simultaneamente um conjunto de séries temporais correlacionadas.

Tal modelo é definido no instante $t \geq 0$ como

$$\boldsymbol{y}_t = c + \sum_{j=i}^{p} \boldsymbol{A}_j \boldsymbol{y}_{t-j} + \epsilon_t$$

em que $\boldsymbol{y}_t$ é um vetor de dimensão k dos valores das séries no instante t, $\boldsymbol{A}_j$ é a matriz de coeficientes correlacionados ao j-ésimo lag de $\boldsymbol{y}_t$, c é uma constante e ϵ_t é um vetor de dimensão k de erros com média $\mathbf{0}$ e variância $\mathbf{\Sigma}$.

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação I)

O conjunto de dados `fred_qd` do pacote BVAR apresenta dados do *Monthly and Quarterly Databases for Macroeconomic Research* do *Federal Reserve Bank of St. Louis*, disponível em https://research.stlouisfed.org/econ/mccracken/fred-databases/. O banco de dados completo possui 240 variáveis observadas de 1958 até 2018. Para nosso exercício serão utilizadas 4 variáveis:

- `CPIAUCSL`: consumo das famílias
- `UNRATE`: taxa desemprego
- `FEDFUNDS`: reservas do FED

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação II)

```
library(BVAR)
data("fred_qd")
dd <- fred_qd[, c("CPIAUCSL", "UNRATE", "FEDFUNDS")]
head(dd)
```

```
##            CPIAUCSL UNRATE FEDFUNDS
## 1959-03-01  28.9933 5.8333   2.5700
## 1959-06-01  29.0433 5.1000   3.0833
## 1959-09-01  29.1933 5.2667   3.5767
## 1959-12-01  29.3700 5.6000   3.9900
## 1960-03-01  29.3967 5.1333   3.9333
## 1960-06-01  29.5733 5.2333   3.6967
```

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação III)

O modelo VAR necessita de uma série estacionária e livre de tendências e sazonalidades.

O comando abaixo transforma a série original para elimianar os efeitos indesejados:

```
new.dd = data.frame(
  CPIAUCSL = diff(log(dd$CPIAUCSL), lag = 4),
  UNRATE   = diff(log(dd$UNRATE), lag = 4),
  FEDFUNDS = diff(log(dd$FEDFUNDS), lag = 4)
)
```

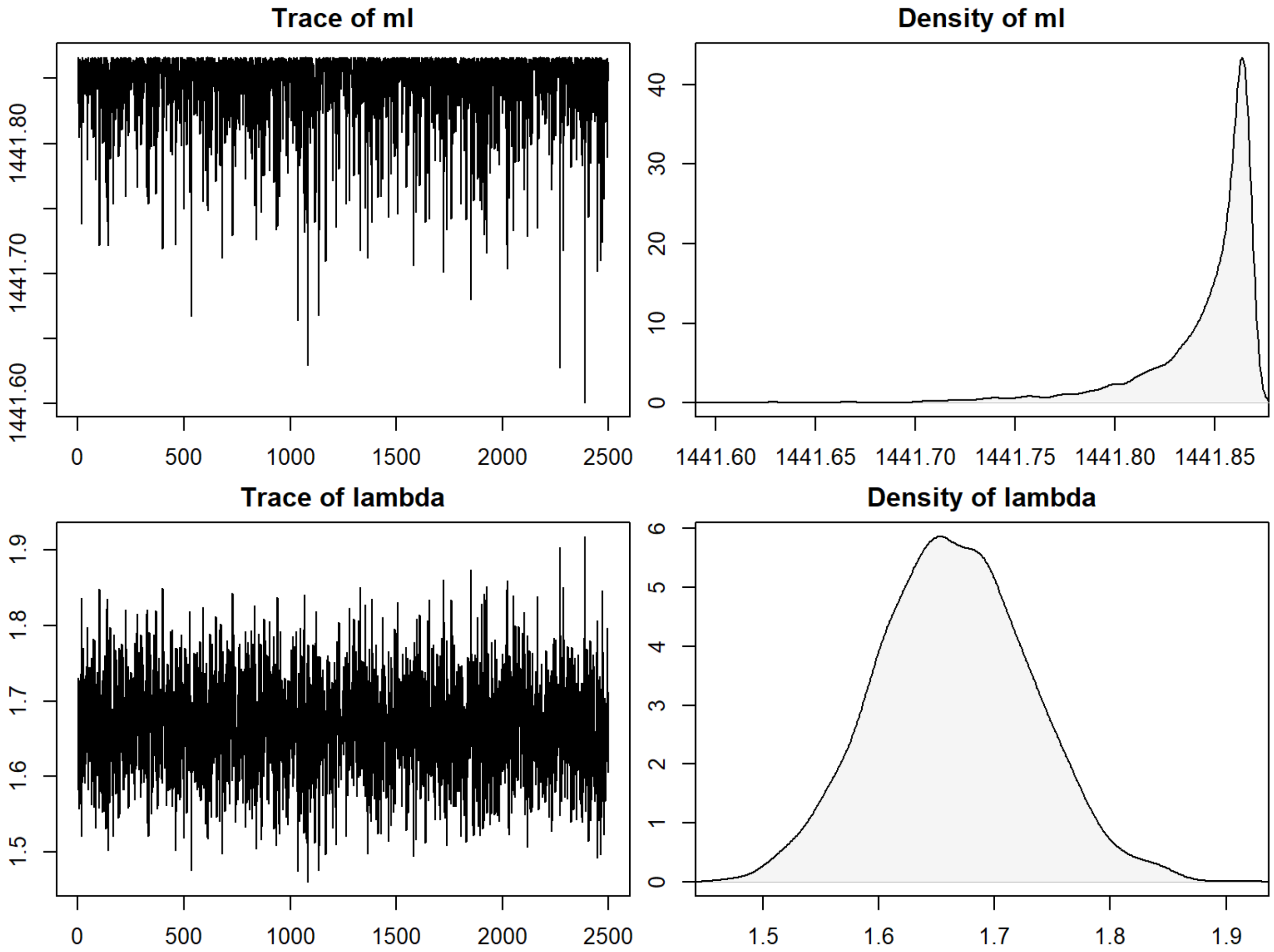
Modelo VAR Bayesiano (Aplicação IV)

Para ajustar o modelo VAR bayesiano, utiliza-se o comando:

```
fit = bvar(data = new.dd, n_draw = 10000, n_burn = 5000,
           n_thin = 2, verbose = FALSE, lags = 2)
```

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação V)

```
plot(fit)
```



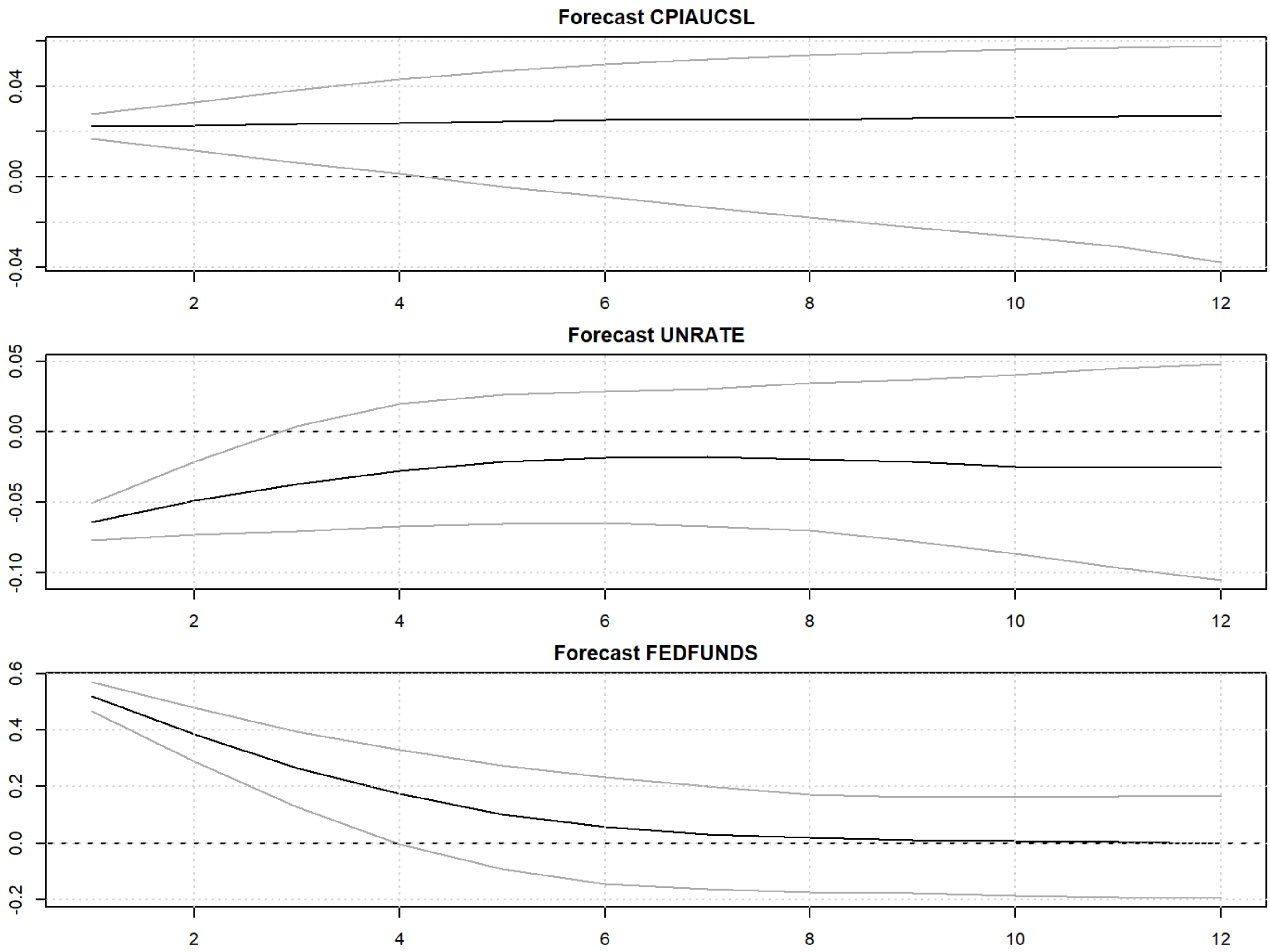
Modelo VAR Bayesiano (Aplicação VI)

```
predict(fit)
```

```
## Forecast object from `bvar()`.
## Horizon: 12
## Variables: 3
## Iterations: 2500
```

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação VII)

```
plot(predict(fit))
```



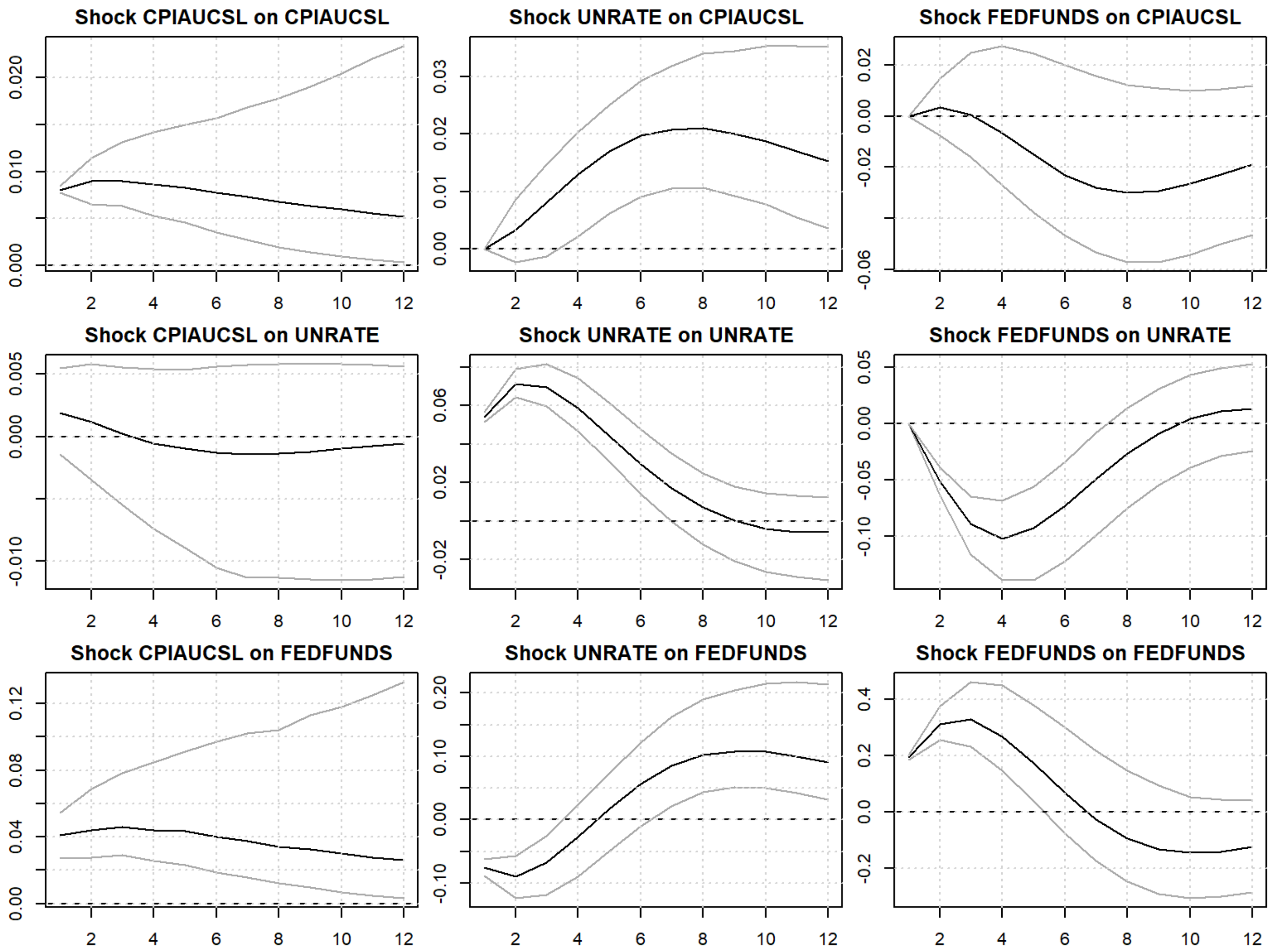
Modelo VAR Bayesiano (Aplicação VIII)

```
irf(fit)
```

```
## Impulse response object from `bvar()`.
## Horizon: 12
## Identification: Cholesky decomposition
## FEVD: FALSE
## Variables: 3
## Iterations: 2500
```

Modelo VAR Bayesiano (Aplicação IX)

```
plot(irf(fit))
```



Modelo VAR Bayesiano (Aplicação X)

Detalhes sobre o uso do pacote BVAR pode ser consultado em https://cran.r-project.org/web/packages/BVAR/BVAR.pdf.

Modelos de Espaço de Estados (I)

O modelo básico para representar uma série temporal pe o modelo aditivo

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + \epsilon_t, \quad t = 1, \ldots, n$$

também conhecido como *decomposição clássica*.

- y_t: observação
- μ_t: componente de mudança a longo prazo (tendência)
- γ_t: componente periódico (sazonal)
- ϵ_t: componente irregular (distúrbio)

Modelos de Espaço de Estados (II)

- Componentes podem ser funções determinísticas do tempo, ou processos estocásticos.
- Exemplo determinístico: $y_t = \mu + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.
- Exemplo estocástico: (*passeio aleatório com ruído* ou *modelo de nível local*)

$$y_t = \mu_t + \epsilon_t, \quad \mu_{t+1} = \mu_t + \eta_t$$

$$\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2_\epsilon), \quad \eta_t \sim N(0, \sigma^2_\eta),$$

- Os distúrbios ϵ_t e η_t são independentes para todo s e t.
- O modelo é incompleto sem a especificação de μ_1: $\mu_1 \sim N(\alpha, \theta)$.

Modelos de Espaço de Estados (III)

O *modelo de tendência linear* estende o *modelo de nível local* com uma curvatura

$$y_t = \mu_t + \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2_\epsilon),$$

$$\mu_{t+1} = \beta_t + \mu_t + \eta_t,\ \eta_t \sim N(0, \sigma^2 \eta),$$

$$\beta_{t+1} = \beta_t + \xi_t,\ \xi_t \sim N(0, \sigma^2_\xi).$$

- Todos os distúrbios são independentes em todos os lags.
- As distribuições iniciais de β_1 e μ_1 precisam ser especificadas.
- Se $\sigma^2_\xi = 0$ a tendência é um passeio aleatório com drift constante β_1 (se $\beta_1 = 0$ o modelo se reduz ao *modelo de nível local*).
- Se além disto, $\sigma^2_\eta = 0$ a tendência é uma linha com inclinação β_1 e intercepto μ_1.
- Se $\sigma^2_\xi > 0$ mas $\sigma^2_\eta = 0$, a tendência é uma curva suave ou um passeio aleatório.

Modelos de Espaço de Estados (IV)

O modelo de espaço de estados linear gaussiano é definido em 3 partes:

- Equação de estados:

$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_t + R_t \xi_t,\ \xi_t \sim N(0, Q_t)$$

- Equação de observação:

$$y_t = Z_t \alpha_t + \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0, H_t)$$

- Estado inicial: $\alpha_1 \sim N(\alpha, \theta)$.
- ξ_t e ϵ_t são independentes.
- y_t pode ser multivariado.
- O vetor α_t é não observável$
- As matrizes T_t, Z_t, R_t, Q_t e H_t determinam a estrutura do modelo.

Modelos de Espaço de Estados (V)

O modelo AR(2) $y_{t+1} = \phi_1 y_t + \phi_2 y_{t-1} + \xi_t$ em espaço de estados

$$\alpha_{t+1} = T_t \alpha_t + R_t \xi_t,\ \xi_t \sim N(0, Q_T)$$

$$y_t = Z_t \alpha_t + \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0, H_T)$$

- α_t é um vetor de dimensão 2.

$$Z_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_t = 0$$

$$T_t = \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 \\ \phi_2 & 0 \end{bmatrix}, R_t = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q_t = \sigma^2$$

Modelos de Espaço de Estados (VI)

O modelo MA(1) $y_{t+1} = \xi_t + \theta\xi_{t-1}$ em espaço de estados

$$\alpha_{t+1} = T_t\alpha_t + R_t\xi_t,\ \xi_t \sim N(0, Q_T)$$

$$y_t = Z_t\alpha_t + \epsilon_t,\ \epsilon_t \sim N(0, H_T)$$

- α_t é um vetor de dimensão 2.

$$Z_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad H_t = 0$$

$$T_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, R_t = \begin{bmatrix} 1 \\ \theta \end{bmatrix}, \quad Q_t = \sigma^2$$