Macroeconometria – Séries de tempo

FAUSTO JOSÉ ARAÚJO VIEIRA

Aula 5

17 de abril a 22 de maio de 2018

RESUMO – RAIZ UNITÁRIA (AULA ANTERIOR)

Motivação

- A série temporal não estacionária não pode ser estimada trivialmente.
- Problema: é impossível estimar todos os momentos da série e fazer inferências estatísticas.

A variância não condicional de um $AR\left(1\right)$ é:

$$var\left(y_t\right) = \frac{1}{1-\phi^2}.$$

Se $\phi = 1$, o que caracteriza uma série não estacionária de raiz unitária, então a variância explode.

- Solução: diferenciar a série tantas vezes quantas sejam necessárias para estacionarizá-la.

Modelos não estacionários

- Tendência determinística

$$y_t = y_0 + \delta t + \psi(L)\,\varepsilon_t$$

- Tendência estocástica

$$y_t = y_0 + \delta t + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

- Passeio aleatório

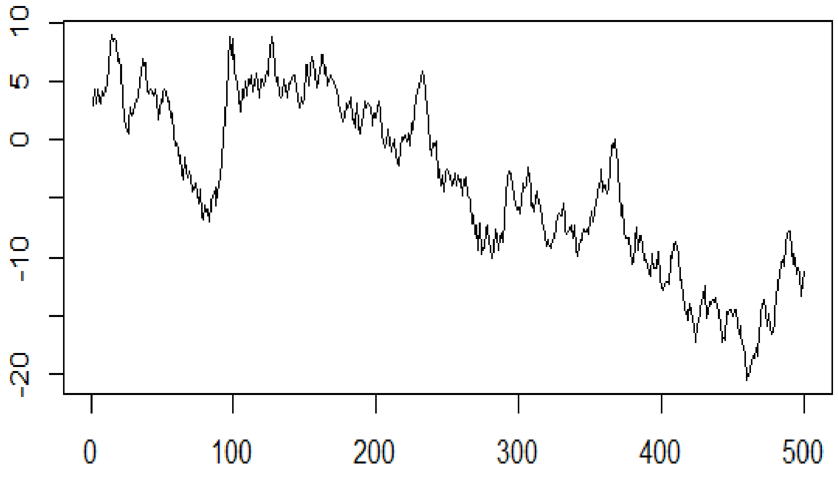
$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

- Média e variância dependem do tempo – explosivas
- Precisa fazer alterações na séries, mas depende da classificação do processo gerador dos dados.

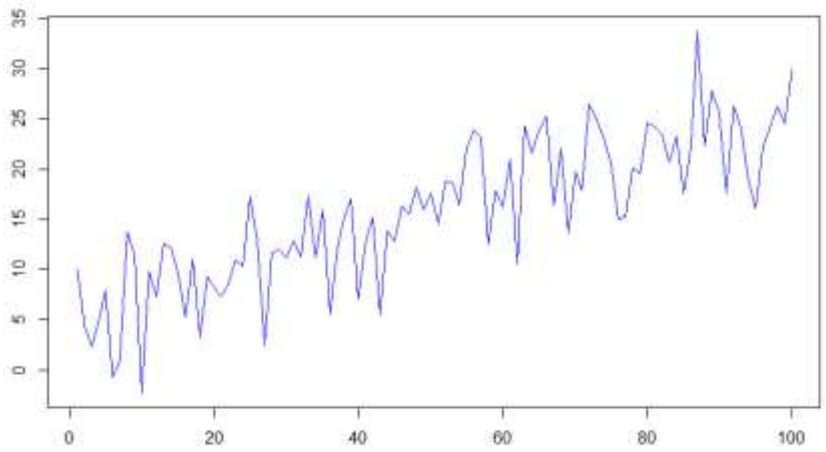
Tendência estocástica e determinística

- Exercício feito na aula 2
- u_t é um ruído branco

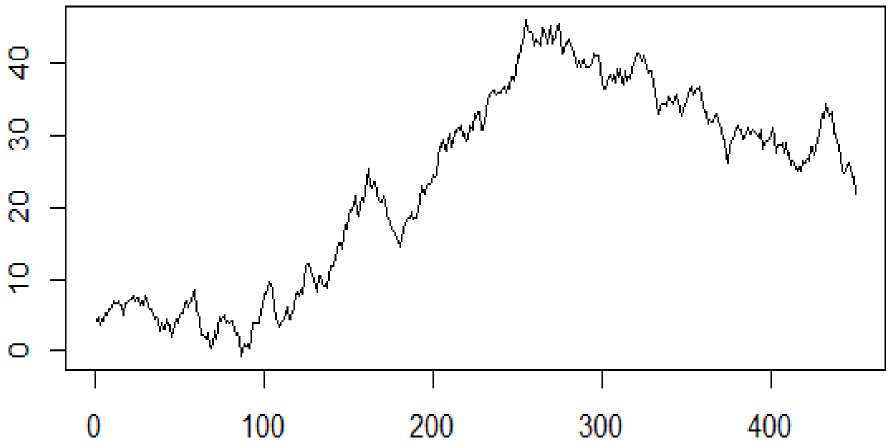
$$x_t = x_{t-1} + u_t$$



$$x_t = \mu + \delta t + u_t$$



$$x_t = \mu + x_{t-1} + u_t$$



Regressão Espúria

- A necessidade de teoria econômica para definir variável explicada e explicativa torna-se muito importante na presença de raiz unitária.
- Podem-se encontrar relações estatísticas entre duas ou mais variáveis econômicas sem qualquer relação de causalidade entre uma e outra por puro acaso.
- Por exemplo, a regressão de uma variável $I(1)$ com outra $I(1)$ obtida independentemente gera alto R^2 e significante t-estatístico. Contudo, o resultado é sem significado econômico.

Teste para raiz unitária

- Dickey-Fuller

$$\triangle y_t = (\phi - 1)\, y_{t-1} + \varepsilon_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0 : \phi = 1$$

- Phillips-Perron

Faz uma correção na estimação na estatística do teste – diminui a média da série

- KPSS

$$\begin{aligned} y_t &= x_t + u_t, \\ x_t &= x_{t-1} + v_t \end{aligned}$$

$$H_0 : \sigma_v^2 = 0 \times H_1 : \sigma_v^2 > 0$$

$$H_0 : y_t \sim I(0) \text{ contra } H_1 : y_t \sim I(1)$$

Quebra Estrutural

- Na presença de quebra estrutural, os testes são viesados na direção da não rejeição da hipótese de raiz unitária.
- Devem-se consultar os valores tabelados para teste com quebra estrutural por Perron, em que se assume uma **única** e **conhecida** quebra estrutural usando toda a amostra disponível.
- Considerando um passeio aleatório com *drift*, há três tipos de quebras estruturais possíveis. Uma mudança de nível da série, uma mudança de inclinação e ambas as mudanças.

Resumo

- A série é estacionária, possui tendência estacionária ou tendência estocástica?
- Teste para raíz unitária:
  1. Teste Dickey-Fuller
  2. Teste Phillip-Perron
  3. Teste KPSS – Hipótese nula é estacionariedade!
- Se aceitou a hipótese de raiz unitária – observar se há quebra estrutural
- Como estimar a série (estacionária)
  1. Tendência estocástica: i) diferenciação; ii) filtro HP; iii) filtro de Kalman e outros
  2. Tendência estacionária: i) regressão linear (c/ tendência) e ii) filtro HP

RESUMO DA AULA

SUMÁRIO DESTA AULA

- Forma estrutural
- Forma reduzida
- VAR(p)
- Identificação
- Modelo de inflação do BCB – VAR
- Estacionariedade

Vetor Autorregressivo (VAR)

Introdução

- O uso de modelos univariados é limitado para expressar modelos econômicos.
- O vetor autorregressivo permite que se expressem modelos econômicos completos e se estimem os parâmetros desse modelo.
- Os modelos em VAR definem restrições entre as equações do modelo. Estudar essas restrições e usá-las para identificar os parâmetros estruturais do VAR constitui um objetivo fundamental da metodologia.

Forma estrutural

- Pode-se expressar um modelo auto-regressivo de ordem p por um vetor com n variáveis endógenas, X_t, conectadas entre si por meio de uma matriz A:

$$AX_t = B_0 + \sum_{i=1}^{p} B_i X_{t-i} + B\varepsilon_t, \tag{1}$$

em que
A é uma matriz $n \times n$ que define as restrições contemporâneas entre as variáveis que constituem o vetor $n \times 1$, X_t;
B_0 é um vetor de constantes $n \times 1$;
B_i são matrizes $n \times n$;
B é uma matriz diagonal $n \times n$ de desvios padrão;
ε_t é um vetor $n \times 1$ de perturbações aleatórias não correlacionadas entre si contemporânea ou temporalmente, isto é:

$$\varepsilon_t \sim i.i.d.\left(\mathbf{0}; I_n\right).$$

Forma reduzida

- A equação (1) expressa as relações entre as variáveis endógenas, a partir de um modelo econômico teoricamente estruturado: **forma estrutural**.
- Os choques ε_t são os choques estruturais porque afetam individualmente cada uma das variáveis endógenas.
- Os choques estruturais são considerados independentes entre si.
- Esse modelo é normalmente estimado em sua **forma reduzida**:

$$
\begin{aligned}
X_t &= A^{-1}B_0 + \sum_{i=1}^{p} A^{-1}B_i X_{t-i} + A^{-1}B\varepsilon_t = \\
&= \Phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-i} + e_t,
\end{aligned}
$$

em que

$\Phi_i \equiv A^{-1}B_i,\ \ i = 0, 1, \ldots, p$

$B\varepsilon_t \equiv Ae_t.$

Forma estrutural - exemplo

- Seja um modelo bivariado de ordem 1:

$$\begin{aligned} y_t &= b_{10} - a_{12} z_t + b_{11} y_{t-1} + b_{12} z_{t-1} + \sigma_y \varepsilon_{yt}; \\ z_t &= b_{20} - a_{21} y_t + b_{21} y_{t-1} + b_{22} z_{t-1} + \sigma_z \varepsilon_{zt}. \end{aligned}$$

- Não pode ser estimado diretamente, já que as variáveis contemporâneas z_t e y_t são individualmente correlacionadas com os erros ε_{yt} ou ε_{zt}.
- O objetivo do VAR é desenvolver técnicas para evitar esse problema, visando-se a encontrar a trajetória da variável de interesse ante um choque estrutural.
- Hipóteses:

$$\begin{aligned} & y_t \text{ e } z_t \text{ são ambos estacionários;} \\ & \varepsilon_{yt} \sim RB(0,1) \text{ e } \varepsilon_{zt} \sim RB(0,1); \\ & \varepsilon_{yt} \perp \varepsilon_{zt} \implies Cov(\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt}) = 0. \end{aligned}$$

Forma estrutural - exemplo

Em matrizes:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & a_{12} \\ a_{21} & 1 \end{bmatrix}}_{\equiv A} \underbrace{\begin{bmatrix} y_t \\ z_t \end{bmatrix}}_{\equiv X_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}}_{\equiv B_0} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}}_{\equiv B_1} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{bmatrix}}_{\equiv B} \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_{yt} \\ \varepsilon_{zt} \end{bmatrix}}_{\equiv \varepsilon_t} \Longrightarrow$$

$$AX_t = B_0 + B_1 X_{t-1} + B\varepsilon_t .$$

A forma reduzida desse modelo simplificado é:

$$\begin{aligned} X_t &= \Phi_0 + \Phi_1 X_{t-1} + e_t; \qquad (2) \\ \Phi_0 &\equiv A^{-1} B_0; \\ \Phi_1 &\equiv A^{-1} B_1; \\ Ae_t &\equiv B\varepsilon_t . \end{aligned}$$

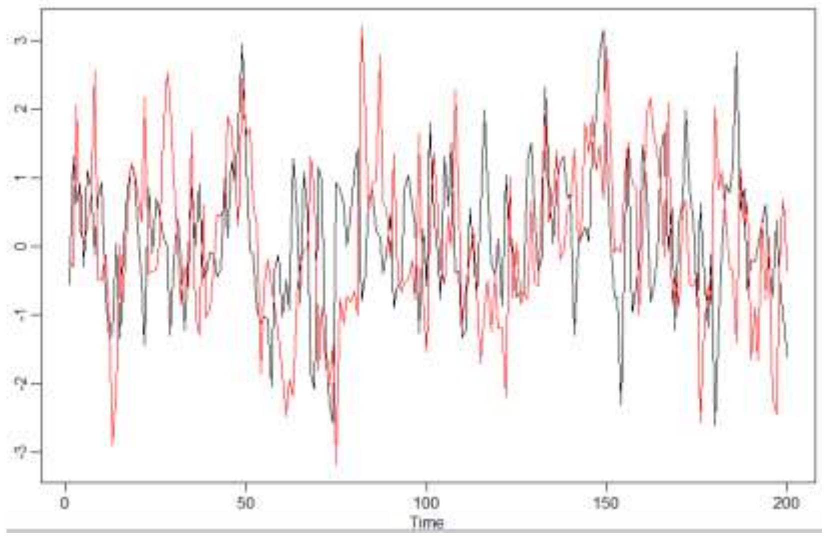
Simulação (sem intercepto)

- Instalando o pacote

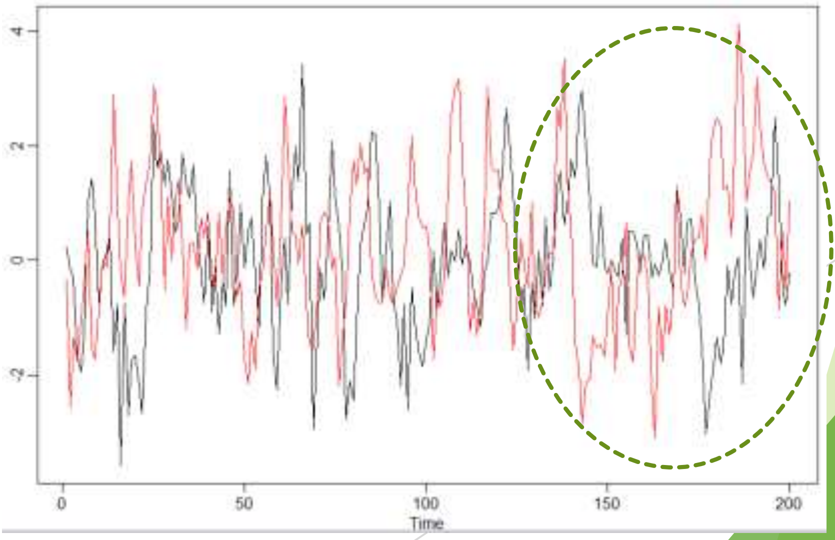
```
install.packages("tsDyn")

require(tsDyn)
```

- Comandos:

```
B1<-matrix(c(0.4, 0.4, 0.1, 0.6), 2)

set.seed(123);var1<-VAR.sim(B=B1,n=200,include="none")

ts.plot(var1, type="l", col=c(1,2))
```



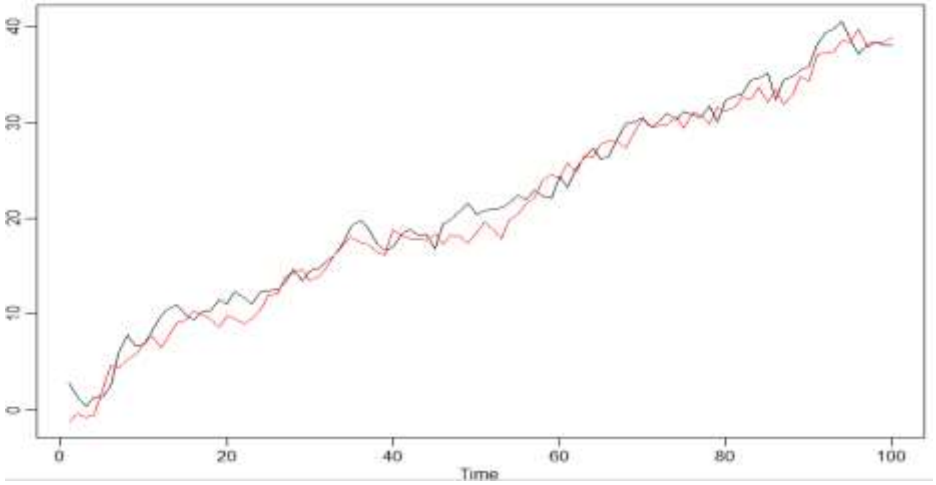

```
B2<-matrix(c(0.6, -0.3, 0, 0.6), 2)

set.seed(111); var2<-VAR.sim(B=B2,n=200,include="none")

ts.plot(var2, type="l", col=c(1,2))
```



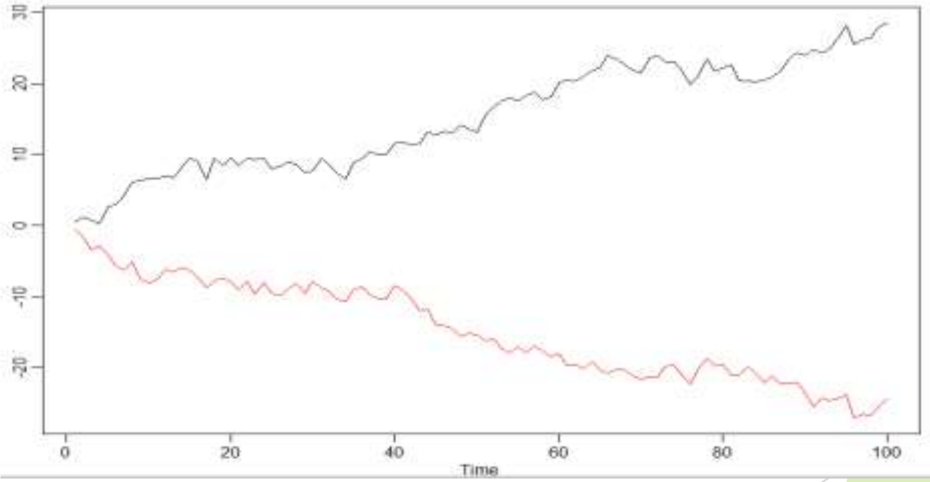
Simulação (com intercepto)

- Comandos:

```
B3<-rbind(c(0.5, 0.7, 0.3), c(0, 0.3, 0.7))
set.seed(7);var3<-VAR.sim(B=B3,n=100, include="const")
ts.plot(var3, type="l", col=c(1,2))
```




```
B4<-rbind(c(0.5, 0.7, -0.3), c(0, -0.3, 0.7))
set.seed(2);var4<-VAR.sim(B=B4,n=100, include="const")
ts.plot(var4, type="l", col=c(1,2))
```



- Basta uma das séries ter drift, que as séries apresentam alguma tendência.

VAR(p)

- As séries y_t e z_t movimentam-se conjuntamente, mesmo na presença de raiz unitária.
- Concentramo-nos na discussão sobre o caso de variáveis estacionárias, porém Sims (1980) e Sims, Stock e Watson (1990) admitem a mistura de variáveis estacionárias e não estacionárias num modelo VAR. O VAR é uma metodologia interessada nas inter-relações entre as variáveis.
- Generalização:

$$X_t = \Phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-i} + GZ_t + e_t,$$

em que
X_t é um vetor $n \times 1$ de variáveis endógenas, como anteriormente;
G é uma matriz de coeficientes $n \times g$;
Z_t é um vetor $g \times 1$ de variáveis exógenas que pode incluir variáveis determinísticas.

VAR(p)

- Diferentemente dos modelos univariados, o VAR busca responder qual a trajetória da série, dado um **choque estrutural**.
- Por trajetória, deseja-se conhecer o tempo que um choque afeta uma série, se ela muda de patamar ou não, para que patamar vai, entre outras informações.

VAR(p)

- O VAR resulta na estimação de uma infinidade de coeficientes. Um $VAR\ (p)$, por exemplo, com n variáveis endógenas teria $n + n^2p$ coeficientes a estimar, já que as matrizes Φ_i têm dimensão $n \times n$ e as n primeiras variáveis referem-se à constante, sem contar ainda os coeficientes de possíveis variáveis exógenas.
- Muitas vezes os coeficientes estimados serão estatisticamente insignificantes, até porque algumas variáveis são normalmente colineares, entretanto deve-se evitar impor restrições sobre os coeficientes, sob pena de perder informações relevantes, a menos que sejam restrições econômicas bem fundamentadas.

Identificação

- Como selecionar a ordem p de um modelo VAR? Que critérios podem ser utilizados nessa tarefa?
- Usar tantas defasagens quantas forem necessárias para obter "resíduos brancos"em todas as variáveis endógenas.
- Critério de informação: considere um $VAR\left(m\right)$, em que $m = 0, 1, 2, \ldots, p_{\max}$. O problema é escolher a ordem p que minimiza a seguinte fórmula geral do critério de informação:

$$Cr\left(m\right) = \ln\left|\widehat{\Gamma}_0\right| + c_T\varphi\left(m\right),$$

em que

$\widehat{\Gamma}_0 = \frac{\sum_{t=1}^{T}\widehat{e}_t\widehat{e}_t'}{T}$;

c_T é uma seqüência que depende do tamanho da amostra;

$\varphi\left(m\right)$ é uma função que penaliza VAR de grandes ordens.

Identificação

- O tamanho amostral tem de ser mantido constante para tornar o critério de informação comparável. Logo, o tamanho da amostra, comum a todas as ordens, será $T - p_{\max}$.
- A versão multivariada dos critérios AIC, BIC e HQ é:

$$\begin{aligned} AIC(m) &= \ln\left|\widehat{\Gamma}_0(m)\right| + \frac{2}{T} mn^2; \\ BIC(m) &= \ln\left|\widehat{\Gamma}_0(m)\right| + \frac{\ln T}{T} mn^2; \\ HQ(m) &= \ln\left|\widehat{\Gamma}_0(m)\right| + \frac{\ln \ln T}{T} 2mn^2, \end{aligned}$$

em que mn^2 é o número total de parâmetros estimados em todas as equações.

Identificação

- Outra maneira de escolher a ordem de defasagem, é aplicar testes seqüenciais para definir a ordem p do modelo VAR. Estabeleça o p_{max} e considere $H_0 : \Phi_{p_{\text{max}}} = \mathbf{0} \times H_1 : \Phi_{p_{\text{max}}} \neq \mathbf{0}$. Se o teste não for rejeitado, repete-se o procedimento considerando $p_{\text{max}} - 1$. Quando a nula for rejeitada, ter-se-á encontrada a ordem de defasagem do modelo.
- Problema: estabelecer p_{max}. Se p_{max} é muito pequeno, os resíduos estimados não serão um ruído branco. Contudo, se p_{max} é muito grande, o impacto sobre a probabilidade de erros como um todo poderá ser severamente afetado, de modo que é difícil confiar nos intervalos de confiança gerados.

VAR – exemplo simulado

- Pacote para estimação do VAR

```
install.packages("ts")

require(ts)
```

- Pacote para estimação do VAR

```
install.packages("vars")

require(vars)
```

VAR – exemplo simulado

- Estimando o VAR

colnames(var1)=c("x","y")

var1_est<-VAR(var1,lag.max = 10,ic="SC",type="none")

var1_est$p

var1_est$varresult

B1

```
$x

Call:
lm(formula = y ~ -1 + ., data = datamat)

Coefficients:
   x.l1      y.l1  
0.38798   0.08119  


$y

Call:
lm(formula = y ~ -1 + ., data = datamat)

Coefficients:
  x.l1    y.l1  
0.4278  0.4368  
```

```
> B1
     [,1] [,2]
[1,]  0.4  0.1
[2,]  0.4  0.6
```

- var1_est<-VAR(var1,lag.max = 10,ic="AIC",type="none")

var1_est$p

Teste de hipótese

- Testar hipóteses em modelos multivariados é semelhante ao caso univariado.
- Diferença: em vez de calcular a soma dos quadrados dos resíduos, calcula-se o determinante da matriz de covariância dos resíduos do modelo restrito e do não restrito.

Seja

$$X_t = \Phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \Phi_i X_{t-i} + GZ_t + e_t .$$

Teste de hipótese

- Estima-se o modelo sem restrição e calcula-se a matriz de covariância dos resíduos, $\widehat{\Sigma}_u$;
- Estima-se o modelo com restrição, excluindo $k \leq g$ variáveis exógenas e/ou m defasagens, e calcula-se $\widehat{\Sigma}_r$;
- Calcula-se a razão de verossimilhança da seguinte forma:
  $LR = (T - c)\left(\log\left|\widehat{\Sigma}_r\right| - \log\left|\widehat{\Sigma}_u\right|\right) \to \chi^2_r,$
  em que
  T é o número de observações utilizadas na regressão;
  $c = 1 + g + np$ é o número de parâmetros estimados em *cada* equação do sistema não restrito, incluindo a constante e as variáveis exógenas ;
  $r = mn^2 + kn$ é o número de restrições no sistema.

Teste de hipótese

- Suponha um sistema de n equações com número máximo de defasagens p=6
- Deseja-se testar se p=4
- Imaginando um sistema com constante e sem variáveis exógenas:

  $c=1+pn=1+6n$

- O número de restrições é dado pela quantidade de parâmetros que se deixa de estimar no modelo restrito que é:

  $r=mn^2=2n^2$

VAR – exemplo simulado

- Instalando o pacote

```
install.packages("VAR.etp")

require(VAR.etp)
```

- Estimando o VAR

```
data(dat)
```

  - Defasagem 3

```
restrict="full"

restrict0 = rbind(c(3,1,1), c(3,1,2), c(3,1,3), c(3,2,1), c(3,2,2),c(3,2,3),c(3,3,1),c(3,3,2),c(3,3,3))

VAR.LR(dat,p=3,restrict0,restrict,type="const")
```

  - Defasagem 2

```
restrict1 = rbind(c(2,1,1), c(2,1,2), c(2,1,3), c(2,2,1), c(2,2,2),c(2,2,3),c(2,3,1),c(2,3,2),c(2,3,3))

VAR.LR(dat,p=2,restrict1,restrict,type="const")
```

VAR – exemplo simulado

Considere o modelo foi simulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} y_t &= \phi y_{t-1} + \varepsilon_t; \\ x_t &= \delta y_t + \nu_t, \end{aligned}$$

em que ε_t e ν_t são ambos ruídos brancos independentes. Pode-se reescrever esse modelo na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\delta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ \nu_t \end{bmatrix}.$$

Reescrevendo o modelo na forma reduzida, tem-se:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ \delta\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{yt} \\ e_{xt} \end{bmatrix}.$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\delta & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta & 1 \end{bmatrix}}$$

VAR estrutural – exemplo simulado

Ao estimar o modelo, a matriz Φ_1 conterá quatro coeficientes estimados. Espera-se que os coeficientes da coluna 2 sejam insignificantes e que os coeficientes da 1 satisfaçam aproximadamente a seguinte restrição:

$$\begin{aligned} \phi_{11,1} &= \phi; \\ \phi_{21,1} &= \delta\phi, \end{aligned}$$

em que δ e ϕ são valores usados na simulação. No caso da simulação, definiram-se $\delta = 0,1$ e $\phi = 0,8$.
Estimando-se o *VAR* (1), obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underset{(0{,}035)}{0,794} & \underset{(0{,}063)}{0,097} \\ \underset{(0{,}032)}{0,077} & \underset{(0{,}058)}{-0,002} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widehat{e}_{yt} \\ \widehat{e}_{xt} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \phi_{11,1} &\simeq 0,8; \\ \phi_{21,1} &\simeq 0,1 \times 0,8 = 0,08. \end{aligned}$$

VAR estrutural – exemplo simulado

- Gerando as variáveis

```
set.seed(5);y<-arima.sim(n = 100, list(ar = c(0.80)),sd = sqrt(1))

set.seed(5); x<-0.1*y+rnorm(100,0,1)
```

- Estimando o VAR

```
var_xy<-cbind(x,y)

colnames(var_xy)=c("x","y")

varxy_est<-VAR(var_xy,p = 1,type="none")
```

```
VAR Estimation Results:
=======================

Estimated coefficients for equation x:
======================================
Call:
x = x.l1 + y.l1

      x.l1       y.l1
0.08562543 0.07629045

Estimated coefficients for equation y:
======================================
Call:
y = x.l1 + y.l1

     x.l1      y.l1
0.1152122 0.7428224
```

VAR estrutural – exemplo simulado

- Gerando as variáveis

  set.seed(5); y<-arima.sim(n = 1500, list(ar = c(0.80)),sd = sqrt(1))

  set.seed(5); x<-0.1*y+rnorm(1500,0,1)

- Estimando o VAR

  var_xy<-cbind(x,y)

  colnames(var_xy)=c("x","y")

  varxy_est<-VAR(var_xy,p = 1,type="none")

- Se reduzir o n, a imprecisão aumentará e

  os coeficientes poderão ficar mais distantes

  do valor simulado.

```
VAR Estimation Results:
=======================

Estimated coefficients for equation x:
======================================
Call:
x = x.l1 + y.l1

      x.l1       y.l1
0.01875557 0.08164559

Estimated coefficients for equation y:
======================================
Call:
y = x.l1 + y.l1

      x.l1       y.l1
0.03966199 0.79508475
```

VAR – Relatório de inflação (BCB)

- Revisão dos modelos de Vetores Autorregressivos com fundamentação econômica
- Relatório de Inflação – Setembro de 2012
- "Objetivo do boxe é revisar os grupos de modelos VAR atualmente usados pelo BCB"
- Número de defasagens foi feita utilizando-se HQ e o teste de autocorrelação dos resíduos (LM)

Tabela 2 – Modelos VAR econômicos novos

Modelo	Variáveis endógenas	Ajuste sazonal	Defasagens	Juros (deflator)	Variáveis exógenas
VAR I	Preços livres, preços administrados, câmbio, juros reais	não	2	*ex-post* (IGP-M)	-
VAR II	Preços livres, M4/B [1/], câmbio, juros reais	sim	1	*ex-post* (IPCA)	-
VAR III	Preços livres, prod. industrial, juros reais	sim	3	*ex-post* (IGP-M)	-
VAR IV	Preços livres, M1, juros reais	não	1	*ex-post* (IGP-M)	-
BVAR II	Preços livres, câmbio, juros reais	sim	13	*ex-post* (IGP-M)	-
BVAR II (T) [2/]	Preços livres, PIB, juros nominais	sim	5	*ex-ante* (IGP-M)	*Dummy* 1

1/ M4/B é a razão entre o agregado monetário M4 e a base monetária B.
2/ (T) indica trimestral.
3/ *Dummy* 1 é uma variável *dummy* que captura mudança de tendência.

VAR – Relatório de inflação (BCB)

- Atualizando o arquivo:

```
setwd("C:/diretorio/diretorio")

list.files()

X<-read.csv("aula_varbcb.csv",sep=";", dec=".", head=TRUE)
```

VAR – Relatório de inflação (BCB)

- Verificando se há raiz unitária

```
require(fUnitRoots)

adfTest(X$ipca_livres,lags=2,type = "c")

adfTest(X$juros_reais,lags=2,type = "c")

adfTest(X$cambio,lags=2,type = "c")
```

- Filtro HP para produção industrial

```
require(mFilter)

hp_ip=hpfilter(X$ip_sa,type="lambda",freq = 1600)

hp_ip14=hpfilter(X$ip_sa,type="lambda",freq = 14400)

plot(hp_ip$cycle,type="l")

points(hp_ip14$cycle,type="l",col="red")
```

VAR – Relatório de inflação (BCB)

- VAR I

```
var1<-cbind(X$ipca_livres,X$ipca_adm,X$cambio_dif,X$juros_reais)

colnames(var1)=c("livres","adm","cambio","juros")

var1_est<-VAR(var1,lag.max = 4,ic="HQ")

coefic=coef(var1_est)

 coefic$livres
```

VAR – Relatório de inflação (BCB)

- VAR II

```
var2<-cbind(X$ipca_livres,X$ip_sa_var,X$juros_reais)

colnames(var2)=c("livres","ip","juros")

var2_est<-VAR(var2,lag.max = 4,ic="HQ")

var2_est$p

var2_est<-VAR(var2,p= 3,type="const")
```

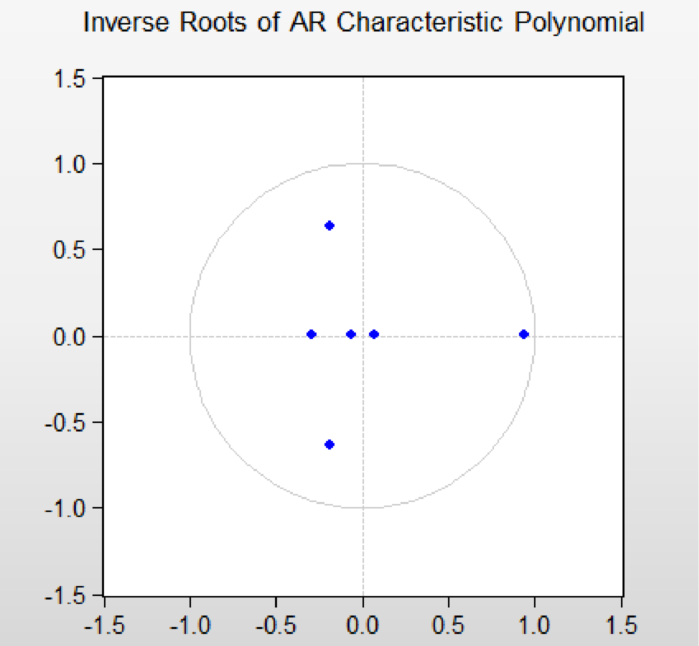
- VAR II

```
var2_hp<-cbind(X$ipca_livres,hp_ip14$cycle,X$juros_reais)

colnames(var2_hp)=c("livres","ip_hp","juros")

var2hp_est<-VAR(var2_hp,p = 3)
```

VAR - Estacionariedade

O modelo anterior é estacionário se os autovalores da polinomial $\sum_{i=1}^{p} \Phi_i L^i$ estiverem dentro do círculo unitário.

```
roots(var1_est,modulus=TRUE)

roots(var2_est,modulus=TRUE)

roots(var2hp_est,modulus=TRUE)
```



Verificação – teste de Ljung-Box

- Generalização dos testes de resíduos dos modelos univariados

$$
\begin{aligned}
H_0 &: \quad E\left(e_t e_{t-j}'\right) = \mathbf{0}, \text{ para todo } j = 1, 2, \ldots, J > p. \\
& \quad \textit{versus} \\
H_1 &: \quad E\left(e_t e_{t-j}'\right) \neq \mathbf{0}, \text{ para algum } j.
\end{aligned}
$$

- A estatística do teste é parecida com a de Ljung-Box:

$$
Q = T \sum_{j=1}^{J} tr\left(\widehat{\Gamma}_j' \widehat{\Gamma}_0^{-1} \widehat{\Gamma}_j' \widehat{\Gamma}_0^{-1}\right) \xrightarrow{d} \chi^2_{n^2(J-p)},
$$

em que $\widehat{\Gamma}_j = \frac{\sum_{t=j+1}^{T} \widehat{e}_t \widehat{e}_{t-j}'}{T}$ é a autocovariância na defasagem j.

Verificação - teste de Ljung box

- O teste Ljung Box é uma aplicação do teste Portmanteau – algum dos coeficientes é diferente de zero.
- Usa o mesmo pacote de estimação do VAR no R.

```
serial.test(var1_est,lags.pt=2,type = "PT.adjusted")

serial.test(var1_est,lags.pt=5,type = "PT.adjusted")

serial.test(var1_est,lags.pt=10,type = "PT.adjusted")
```

- df representa o número de graus de liberdade para a distribuição chi-quadrada.

Verificação - teste de Breusch-Godfrey

- O objetivo é testar se existe autocorrelação de resíduos no modelo:

$$\widehat{e}_t = \Theta_1 \widehat{e}_{t-1} + \Theta_2 \widehat{e}_{t-2} + \cdots + \Theta_h \widehat{e}_{t-h} + u_t$$

e verificar se:

$$H_0 : \Theta_1 = \Theta_2 = \cdots = \Theta_h = \mathbf{0} \times H_1 : \Theta_1 \neq \mathbf{0} \vee \Theta_2 \neq \mathbf{0} \vee \cdots \vee \Theta_h \neq \mathbf{0}$$

- Utiliza-se a regressão auxiliar:

$$\begin{aligned} \widehat{e}_t \quad &= \quad \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \cdots + \Phi_p X_{t-p} + \\ & \quad +\Theta_1 \widehat{e}_{t-1} + \Theta_2 \widehat{e}_{t-2} + \cdots + \Theta_h \widehat{e}_{t-h} + u_t . \end{aligned}$$

Verificação - teste de Breusch-Godfrey

- Utiliza o mesmo comando do teste de Portmanteau, alterando para o BG.
- Pacote “vars” no R.

```
serial.test(var1_est,lags.bg=2,type = "BG")

serial.test(var1_est,lags.bg=5,type = "BG")

serial.test(var1_est,lags.bg=10,type = "BG")
```

Previsão

- Análoga aos processos univariados.
- Quando se conhece o processo gerador de dados, a previsão h passos à frente é dada por:

$$E\left(X_{t+h} \middle| I_t\right) \equiv X_{t+h|t} = \Phi_1 X_{t+h-1|t} + \Phi_2 X_{t+h-2|t} + \cdots + \Phi_p X_{t+h-p|t},$$

em que $X_{t+j|t} = X_{t+j}$ para $j \leq 0$.

- Transformando X_t num modelo de médias móveis infinito:

$$X_{t+h} = \left(I - \sum_{j=1}^{p} \Phi_j L^j\right)^{-1} e_{t+h} = e_{t+h} + \Psi_1 e_{t+h-1} + \Psi_p e_{t+h-2} + \cdots$$

- Conseqüentemente, a previsão correspondente é dada por:

$$X_{t+h|t} = \sum_{j=h}^{\infty} \Psi_j e_{t+h-j}.$$

Previsão

- Desse modo, o erro de previsão será obtido extraindo-se de X_{t+h} o termo $X_{t+h|t}$:

$$X_{t+h} - X_{t+h|t} = \sum_{j=0}^{h-1} \Psi_j e_{t+h-j},$$

em que $\Psi_0 = I_n$.

- A expectativa de previsão dos erros é zero. O EQM é dado por:

$$\Sigma_x(h) = E\left(X_{t+h} - X_{t+h|t}\right)\left(X_{t+h} - X_{t+h|t}\right)' = \sum_{j=0}^{h-1} \Psi_j \Sigma \Psi_j'.$$

- No processo é estacionário, a incerteza da previsão é limitada. Os processos integrados têm erro de previsão indeterminado em horizontes longos, mas isso não exclui a possibilidade de que a previsão de alguns componentes de variáveis integradas tenha o erro de previsão limitado também.
- Na presença de variáveis exógenas, entre as quais algumas determinísticas, pode-se estender a fórmula anterior facilmente.

Previsão

- Projetando e fazendo o gráfico – modelo 1:

```
var1_proj<-predict(var1_est,n.ahead=12,ci=0.95)

var1_proj$fcst$livres

fanchart(var1_proj)
```

Previsão

- Projetando e fazendo o gráfico – modelo 2:

```
var2_proj<-predict(var2_est,n.ahead=12,ci=0.95)

fanchart(var2_proj)
```

- Comparando as projeções do modelo com variação da PIM e hiato

```
var2hp_proj<-predict(var2hp_est,n.ahead=12,ci=0.95)

plot(var2hp_proj$fcst$livres[,1],type="l")

points(var2_proj$fcst$livres[,1],type="l",col="red")

points(var1_proj$fcst$livres[,1],type="l",col="blue")
```

- O IPCA livres é maior no modelo com hiato, devido a recuperação mais rápida da atividade.

Vetor Autorregressivo (VAR) – aplicação com dados trimestrais

VAR – Modelo BCB trimestral

- Atualizando o arquivo com os dados trimestrais:

```
Z<-read.csv("aula_varbcb_trim.csv",sep=";", dec=".", head=TRUE)

Z$data<-as.Date(Z$data,'%d/%b/%y')
```

VAR – Modelo BCB trimestral

- Tornando as variáveis em séries temporais:

```
livres<-ts(Z$ipca_livres,start =  c(2002,1),frequency=4)

adm<-ts(Z$ipca_adm,start =  c(2002,1),frequency=4)

ip<-ts(Z$ip_sa,start =  c(2002,1),frequency=4)

ip_var<-ts(Z$ip_var,start =  c(2002,1),frequency=4)

cambio<-ts(Z$cambio,start =  c(2002,1),frequency=4)

cambio_var<-ts(Z$cambio_dif,start =  c(2002,1),frequency=4)

juros<-ts(Z$juros_reais,start =  c(2002,1),frequency=4)

juros_dif<-ts(Z$dif_juros,start =  c(2002,1),frequency=4)
```

VAR – Modelo BCB trimestral

- Verificar se há raízes unitárias:

```
adfTest(livres,lags=1,type = "c")

adfTest(adm,lags=1,type = "c")

adfTest(cambio,lags=2,type = "c")

adfTest(cambio_var,lags=1,type = "c")

adfTest(juros,lags=1,type = "c")

adfTest(juros_dif,lags=1,type = "c")
```

- Hiato da produção industrial

```
hp_ip=hpfilter(ip,type="lambda",freq = 14400)
```

VAR – Modelo BCB trimestral

- Criando o grupo

```
var_bcb<-cbind(livres,adm, hp_ip$cycle,cambio_var,juros_dif)

colnames(var_bcb)=c("livres", "admin", "ip_hiato", "cambio", "juros_dif")
```

- Inserindo *dummies* sazonais

```
require(uroot)

sd<-seasonal.dummies(livres)
```

VAR – Modelo BCB trimestral

- Estimando o VAR

```
varbcb_est<-VAR(var_bcb,lag.max = 4,ic="HQ",exogen = sd)

varbcb_est$p

varbcb_est$varresult ou coef(varbcb_est)
```

VAR – Modelo BCB trimestral

- Verificação:

  Estacionariedade: Raízes dentro do circulo unitário

  roots(varbcb_est)

VAR – Modelo BCB trimestral

- Projeção

```
sd_fc = matrix(0, 4, 4)

sd_fc[1,1]=1

sd_fc[2,2]=1

sd_fc[3,3]=1

sd_fc[4,4]=1

sd_fc<-ts(sd_fc,start = c(2018,1),frequency = 4)

colnames(sd_fc)=c("SD1", "SD2", "SD3", "SD4")

varbcb_proj<-predict(varbcb_est,n.ahead=4,ci=0.95,dumvar = sd_fc)

varbcb_proj$fcst
```

VAR – Modelo BCB trimestral (exercício)

- Estimar o segundo modelo do Banco Central com os dados trimestrais:
  - Verificar se as variáveis são estacionárias
  - Estimar o modelo - apresentar os coeficientes
  - Verificar se as raízes estão dentro do círculo unitário
  - Projetar!